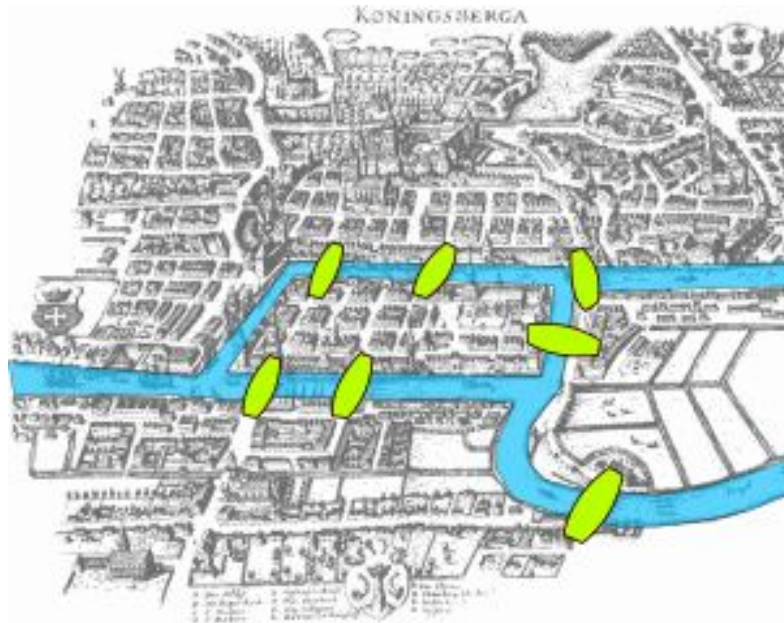


Comunicação e Redes

Fabício Olivetti de França

Estudo das Redes

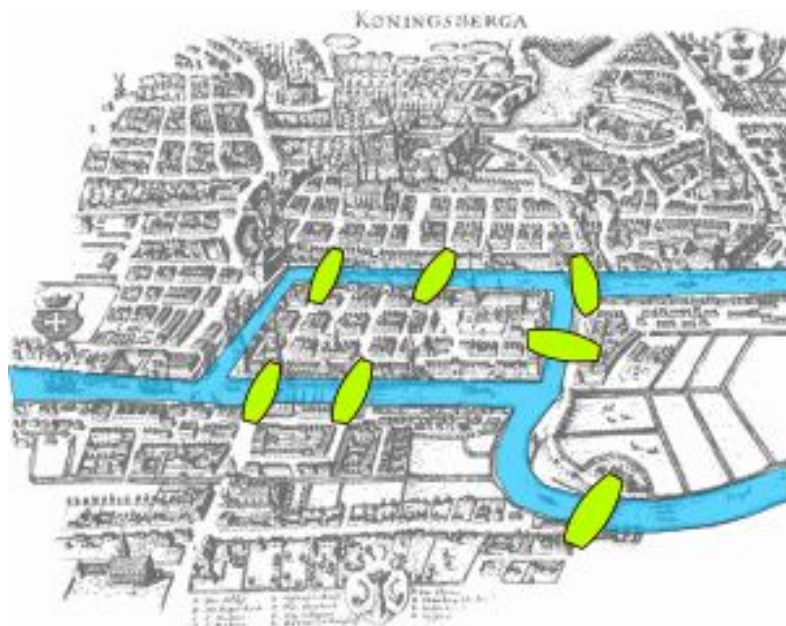
O primeiro estudo de redes foi feito em 1736 na cidade de Königsberg, Prussia (agora Kaliningrad, Russia).



Essa cidade era dividida por 4 segmentos de terra cortados pelo rio Pregel.

Estudo das Redes

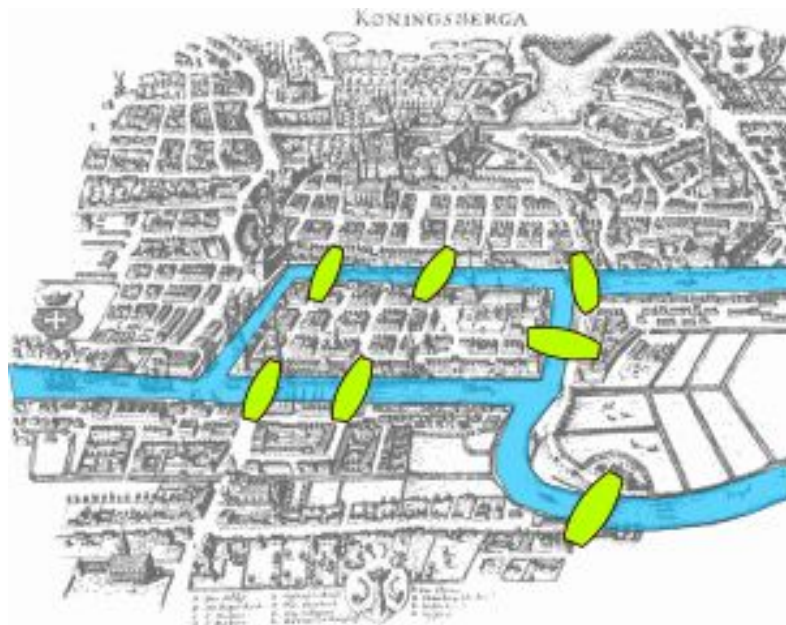
As pessoas dessa cidade costumavam caminhar por ela todo domingo.



Para tornar o passeio mais divertido elas decidiram criar uma brincadeira.



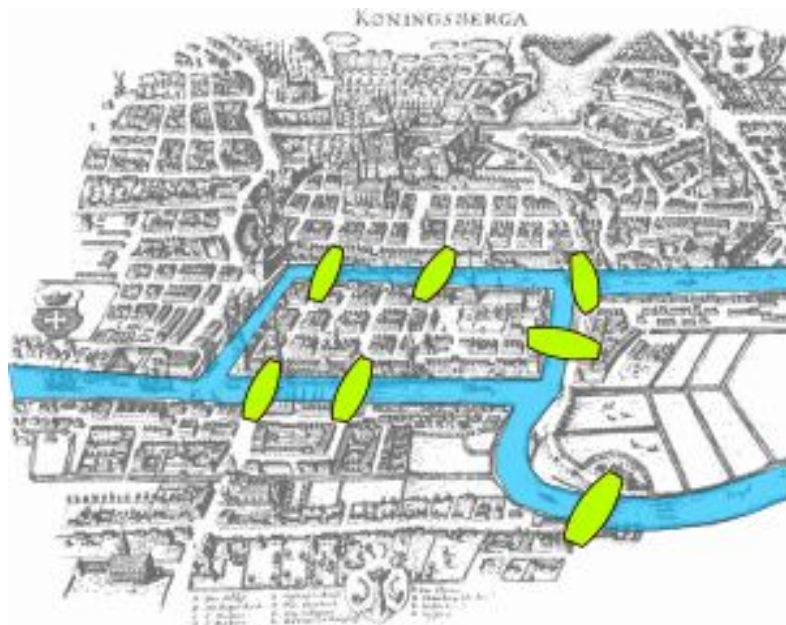
Estudo das Redes



As pessoas deveriam tentar atravessar **TODAS** as pontes **UMA** única vez e terminar a caminhada no mesmo lugar de origem.



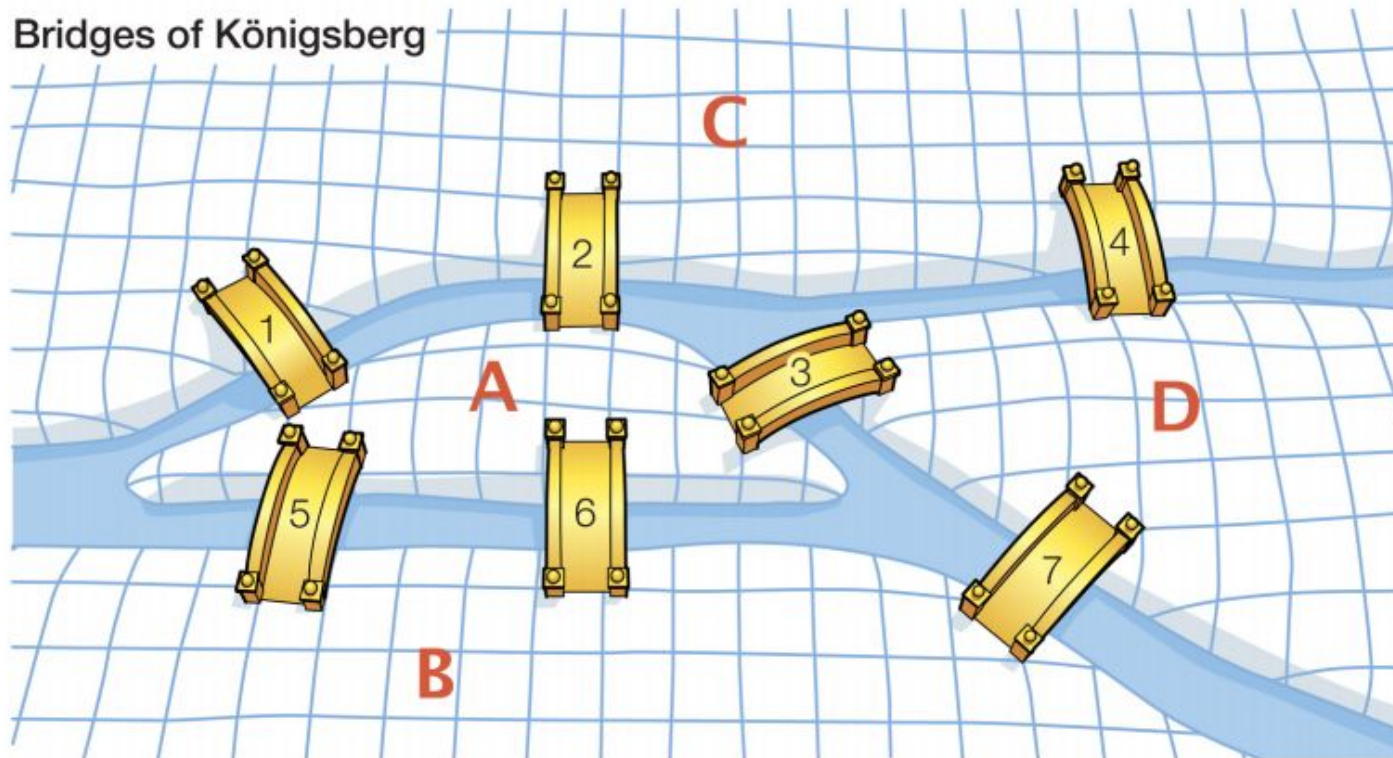
Estudo das Redes



Após muitas tentativas frustradas eles modificaram o problema para que o ponto final não precisasse coincidir com o ponto de origem.



Estudo das Redes



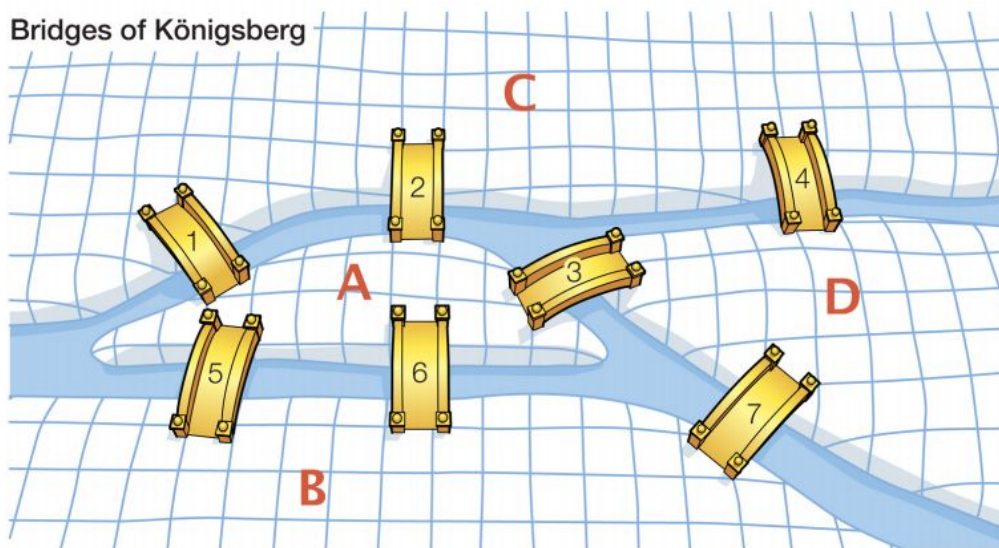
© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.

Vocês conseguem encontrar uma solução?

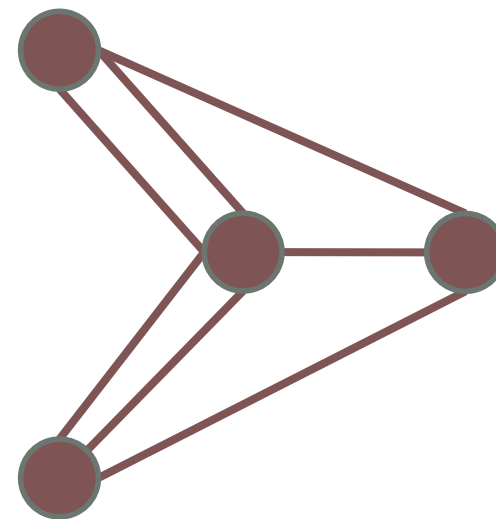


Estudo das Redes

Euler, um matemático famoso da época, conseguiu provar que não existe solução!



© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.

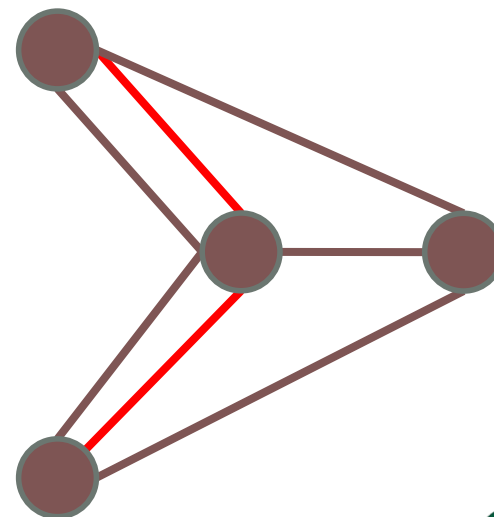
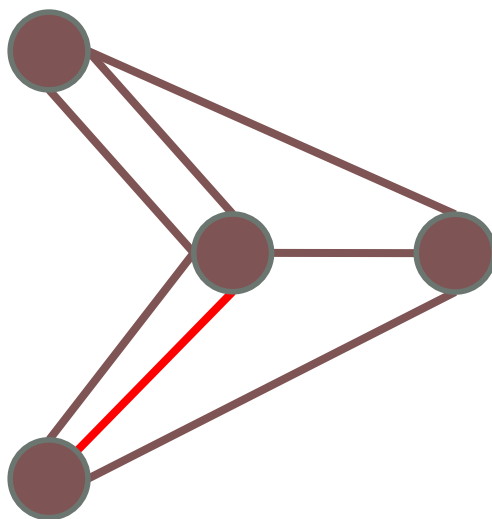
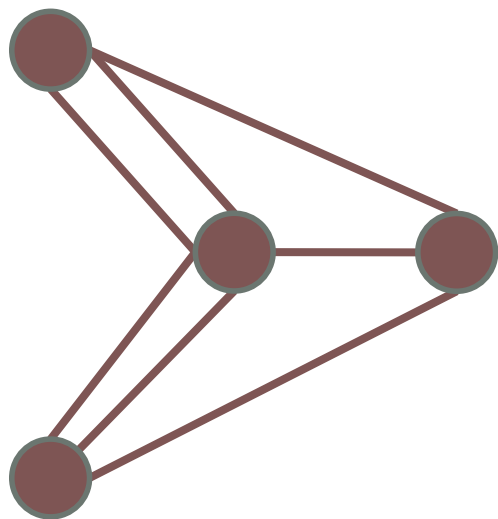


Ele desenhou o problema na primeira representação gráfica de um grafo.



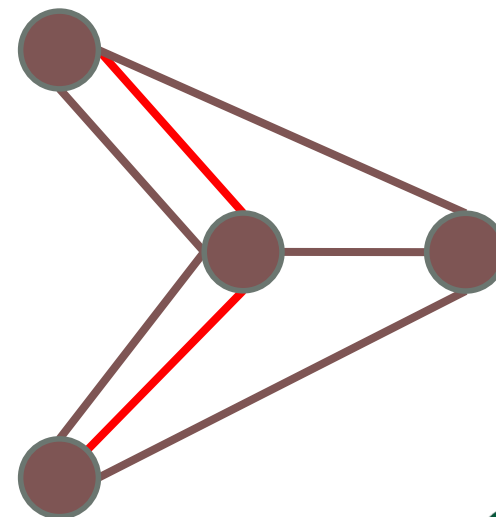
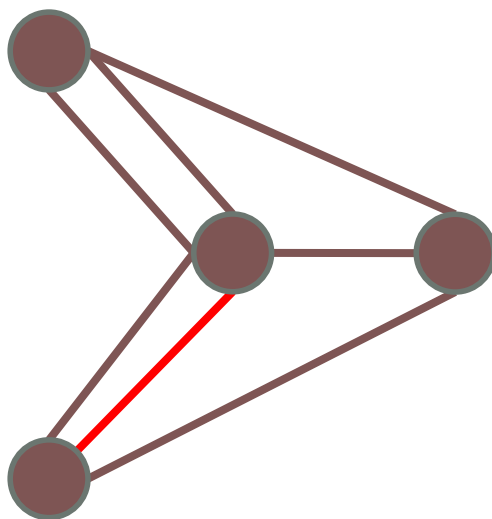
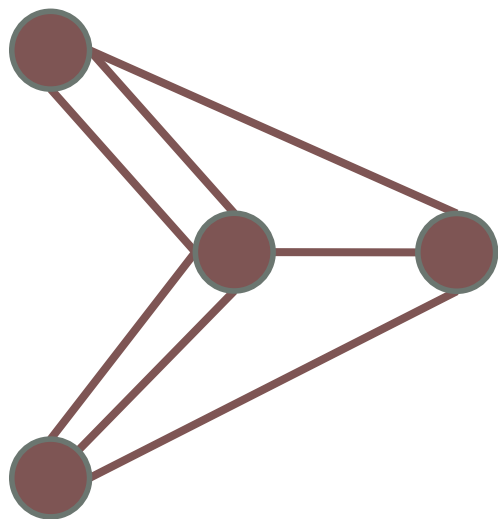
Estudo das Redes

Toda vez que chegamos em um nó da rede por uma das arestas, se ainda existir arestas a serem atravessadas, então deve existir uma outra aresta ligada a esse nó.



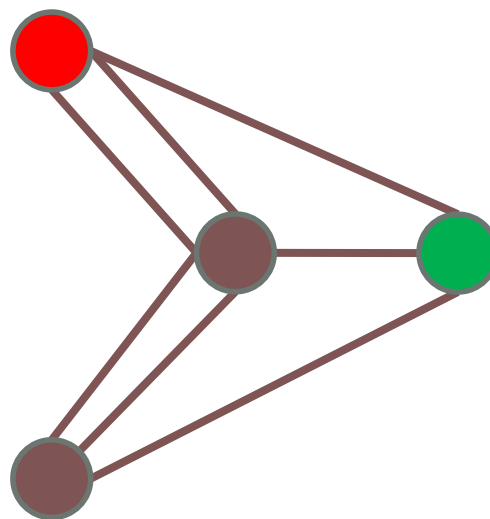
Estudo das Redes

Ou seja, todo nó "intermediário" deve ter um número par de arestas ligados à ele.



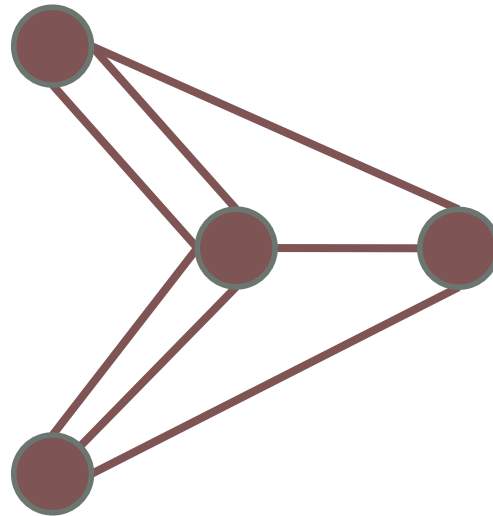
Estudo das Redes

Como os nós inicial e final não precisam ser o mesmo, a partida e a chegada necessitam apenas de uma aresta, portanto, esses nós podem ter um número ímpar de arestas.



Estudo das Redes

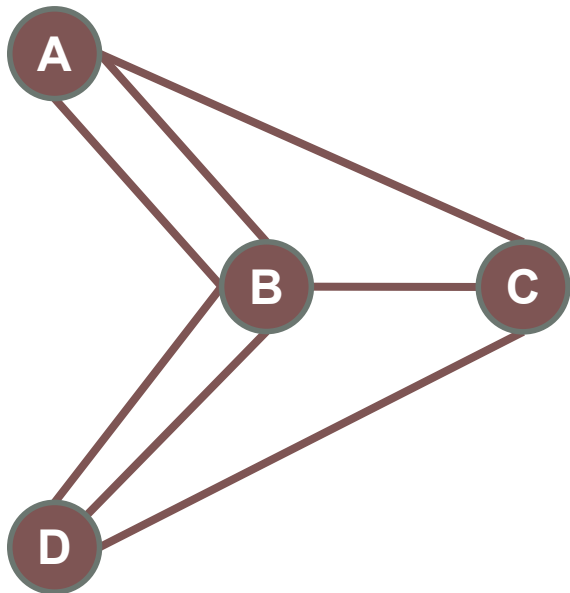
Com isso conclui-se que, para ser possível resolver o problema, é necessário que todos os nós tenham um número par de arestas partindo deles, exceto os nós inicial e final, que podem ter um número ímpar (mas somente se os dois tiverem).



Estudo das Redes

No estudo de redes, o número de arestas que parte ou chega em um nó é chamado de **GRAU**.

Vamos relacionar cada nó dessa rede com o grau correspondente.



$$\text{GRAU}(A) = 3$$

$$\text{GRAU}(B) = 5$$

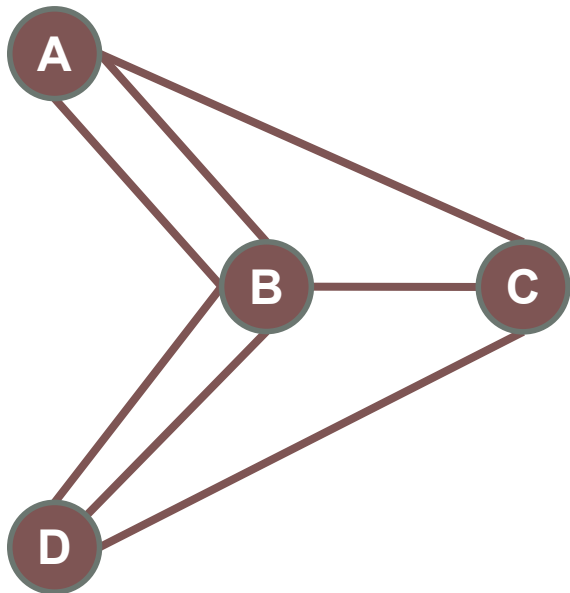
$$\text{GRAU}(C) = 3$$

$$\text{GRAU}(D) = 3$$



Estudo das Redes

Como podemos ver **TODOS** os nós da rede tem grau ímpar, portanto o problema **NÃO** tem solução.



$$\text{GRAU}(A) = 3$$

$$\text{GRAU}(B) = 5$$

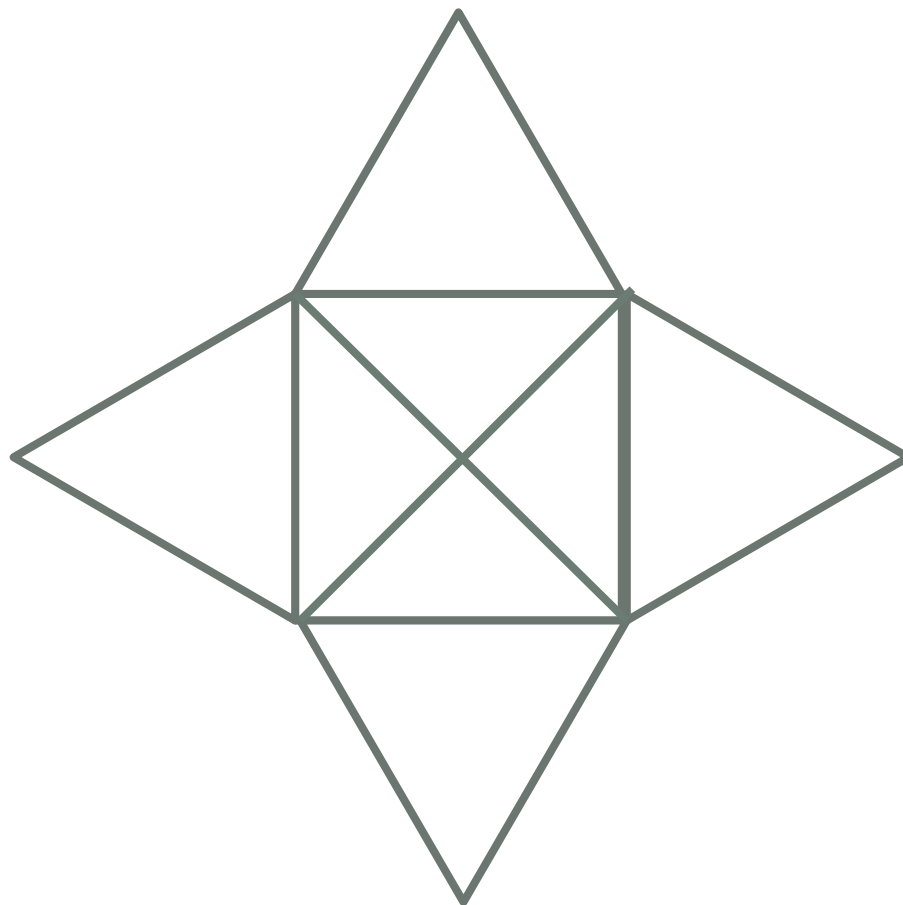
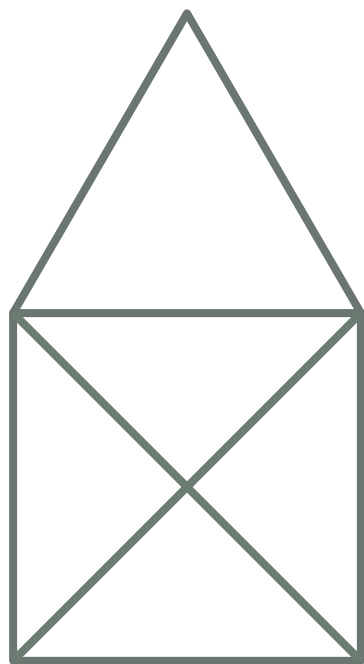
$$\text{GRAU}(C) = 3$$

$$\text{GRAU}(D) = 3$$



Outros exemplos

Trace as seguintes figuras sem tirar o lápis do papel e sem passar duas vezes pelo mesmo traço:



GRAU E A REDE SOCIAL

O conceito de grau de um nó (quantas arestas estão conectadas nele), pode nos ajudar a mensurar o quão importante ou popular é um determinado nó.

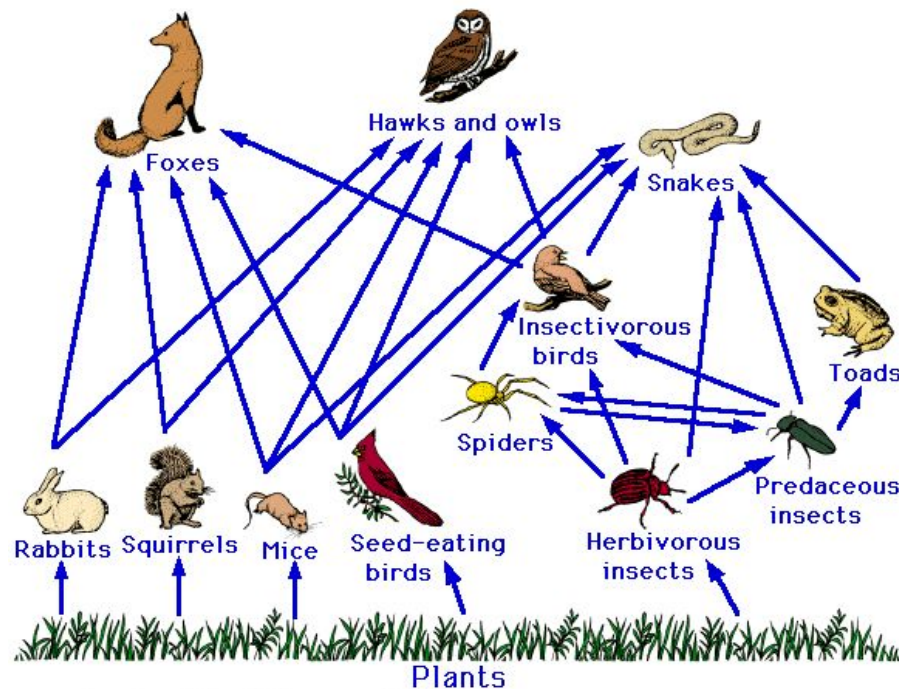
Em uma rede de amizade uma pessoa que tem um número de amigos (o grau desse nó) muito acima da média pode ser dita popular.

Ela pode ser útil para disseminar alguma informação (propagandas de produtos).



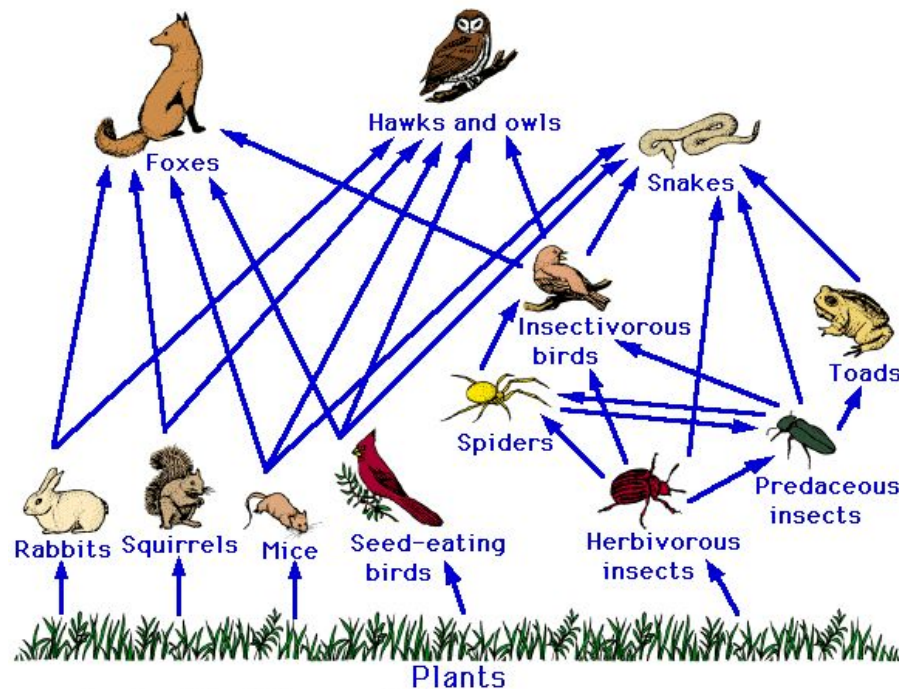
GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Na cadeia alimentar temos arestas **direcionadas**, ou seja, o fluxo da informação / energia segue apenas uma direção.



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Esse tipo de rede é denominada **Rede Direcionada**.



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Nesse caso podemos pensar em três tipos de nós importantes:

- ❑ Nós que transmitem energia para várias espécies.
- ❑ Nós que recebem energia de várias espécies.
- ❑ Nós que enviam e recebem energia de várias espécies.



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Nós que transmitem energia para várias espécies são caracterizadas por aquelas que conseguem gerar energia do sol (plantas).

Como elas não consomem energia de nenhuma espécie e, diversas espécies consomem energia através dela, as plantas tem várias arestas apontando para fora dela.

Essa quantidade é mensurada como **GRAU DE SAÍDA**, que é o número de arestas saindo do nó.



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Nós que recebem energia de várias espécies são caracterizadas por aquelas que são grandes predadores e não são presas de outras espécies.

Nesse caso, essas espécies contêm arestas apenas apontando para elas, ou seja, chegando nelas.

Essa quantidade é mensurada como **GRAU DE ENTRADA**, que é o número de arestas chegando em um nó.



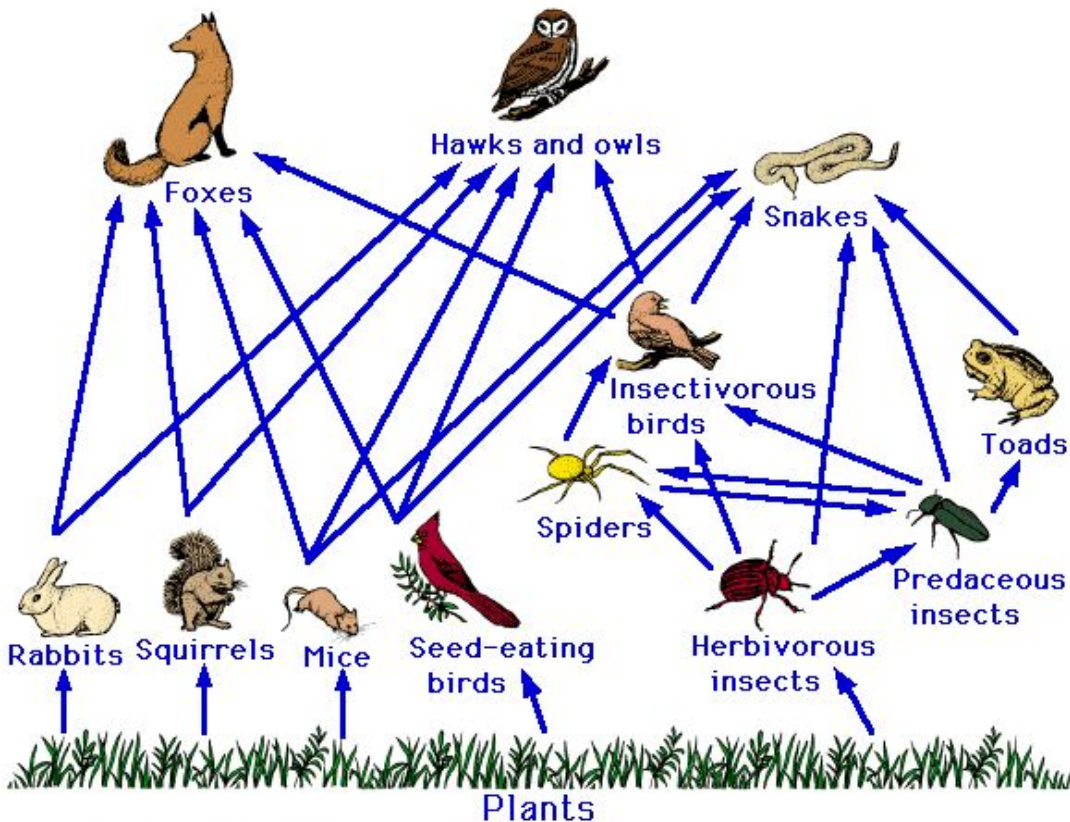
GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Já as espécies intermediárias que são predadoras de diversas espécies mas também servem de presas tem tanto arestas chegando nelas como saindo delas.

Essas espécies podem ser classificadas pelo **GRAU DE ENTRADA**, pelo **GRAU DE SAÍDA** e pela soma desses dois que dá o **GRAU TOTAL** do nó.



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR



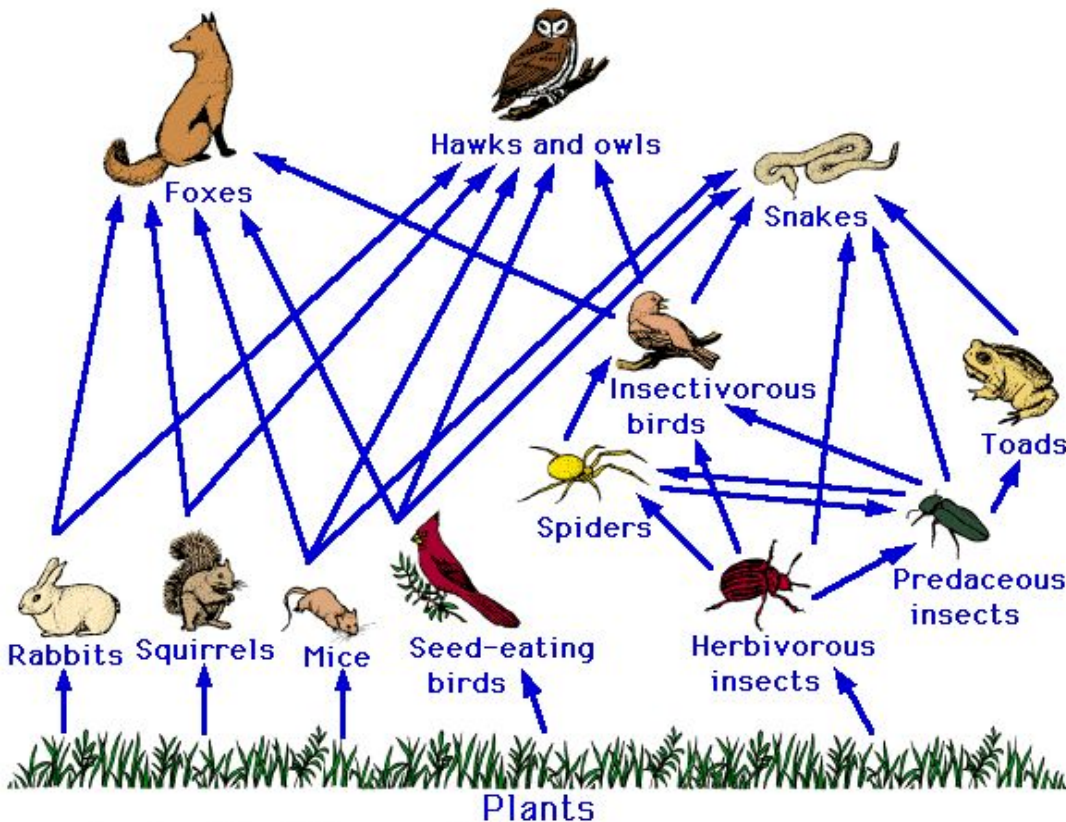
GRAU DE SAÍDA:

Plantas = 5
Coelhos = 2
Esquilos = 2
Ratos = 3
Pássaros = 3
Insetos = 3
Aranhas = 2
Pássaros Inset. = 3
Sapos = 1
Cobras = 0
Raposas = 0
Falcões = 0



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

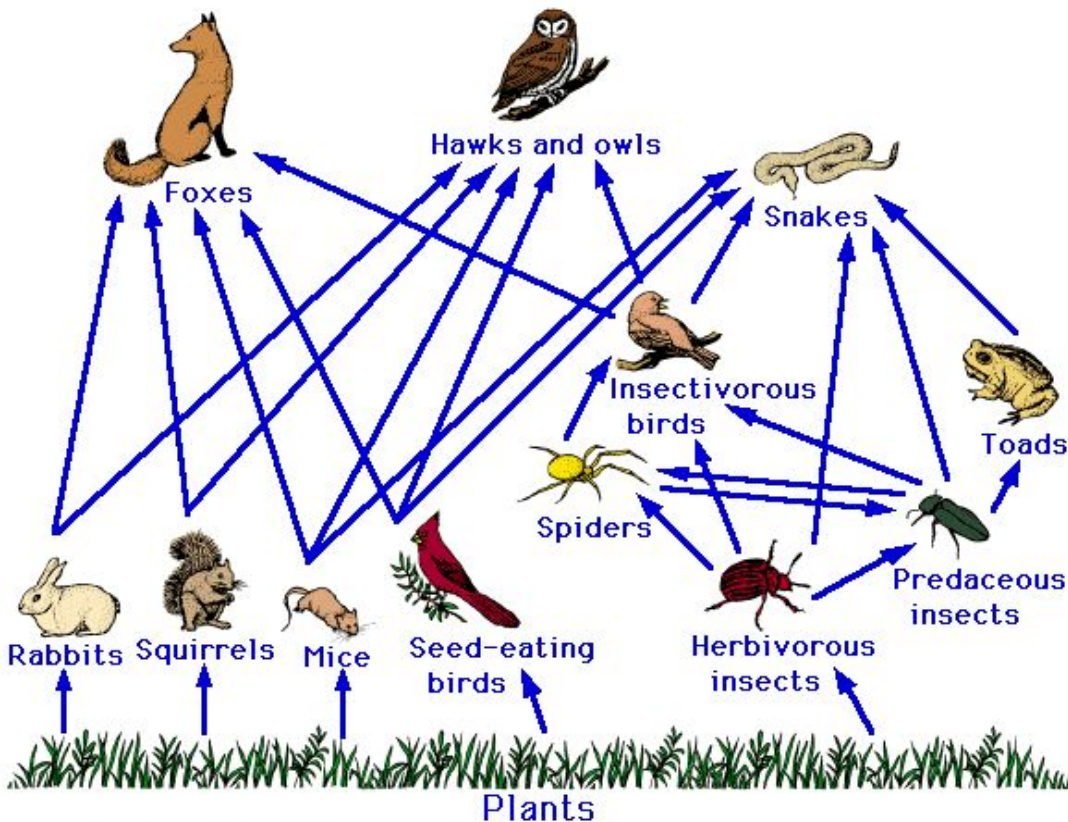
GRAU DE ENTRADA:



- Plantas = 0
- Coelhos = 1
- Esquilos = 1
- Ratos = 1
- Pássaros = 1
- Insetos = 1
- Aranhas = 2
- Pássaros Inset. = 3
- Sapos = 1
- Cobras = 6
- Raposas = 5
- Falcões = 5



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR



GRAU DE TOTAL:

- Plantas = 5
- Coelhos = 3
- Esquilos = 3
- Ratos = 3
- Pássaros = 4
- Insetos = 4
- Aranhas = 4
- Pássaros Inset. = 5
- Sapos = 2
- Cobras = 6
- Raposas = 5
- Falcões = 5



GRAU

O grau de entrada de um nó, representado pela função $Dg_in(n_i)$ é dado por:

$$Dg_in(n_i) = |\{n_j \mid (n_j, n_i) \in A\}|$$

O grau de saída de um nó, representado pela função $Dg_out(n_i)$ é dado por:

$$Dg_out(n_i) = |\{n_j \mid (n_i, n_j) \in A\}|$$

E o grau total é simplesmente:

$$Dg(n_i) = Dg_in(n_i) + Dg_out(n_i)$$



Importância das Pessoas

O primeiro estudo de redes complexas surgiu em 1934, por Jacob L. Moreno, em seu livro *Who Shall Survive?* com um estudo quantificando o papel de cada indivíduo na sociedade na qual reside.

Esse estudo foi feito em pequenos grupos sociais como, por exemplo, uma classe de 4^a. série de uma escola.

Porém, nesses estudos menores não é possível determinar a complexidade das propriedades da rede.



Estudo das Redes

Com o aumento de recursos computacionais o estudo das redes ganhou força nos últimos anos:

- Possibilidade de coleta de grande volume de dados
- Lidar com redes com milhares, milhões e até bilhões de nós e arestas
- Foco nas propriedades estatísticas dos grafos ao invés de apenas alguns nós individuais



Problemas Reais = Redes?

Além da representação e estudo das relações, existem muitos problemas e aplicações do mundo real que podem (e devem) ser modelados em forma de redes

Ao modelar um problema em forma de rede temos como vantagens:

- ❑ Visualizar melhor o problema
- ❑ Aplicar diversos algoritmos já existente
- ❑ Analisar as propriedades da rede



Problema do Caixeiro Viajante

Um problema clássico é o do **CAIXEIRO VIAJANTE**.

Imagine um vendedor ambulante que deseja encontrar o caminho mais curto que passe por todas as cidades de seu país

No exemplo ao lado, vemos o caminho mais curto que passa por diversas cidades da Alemanha

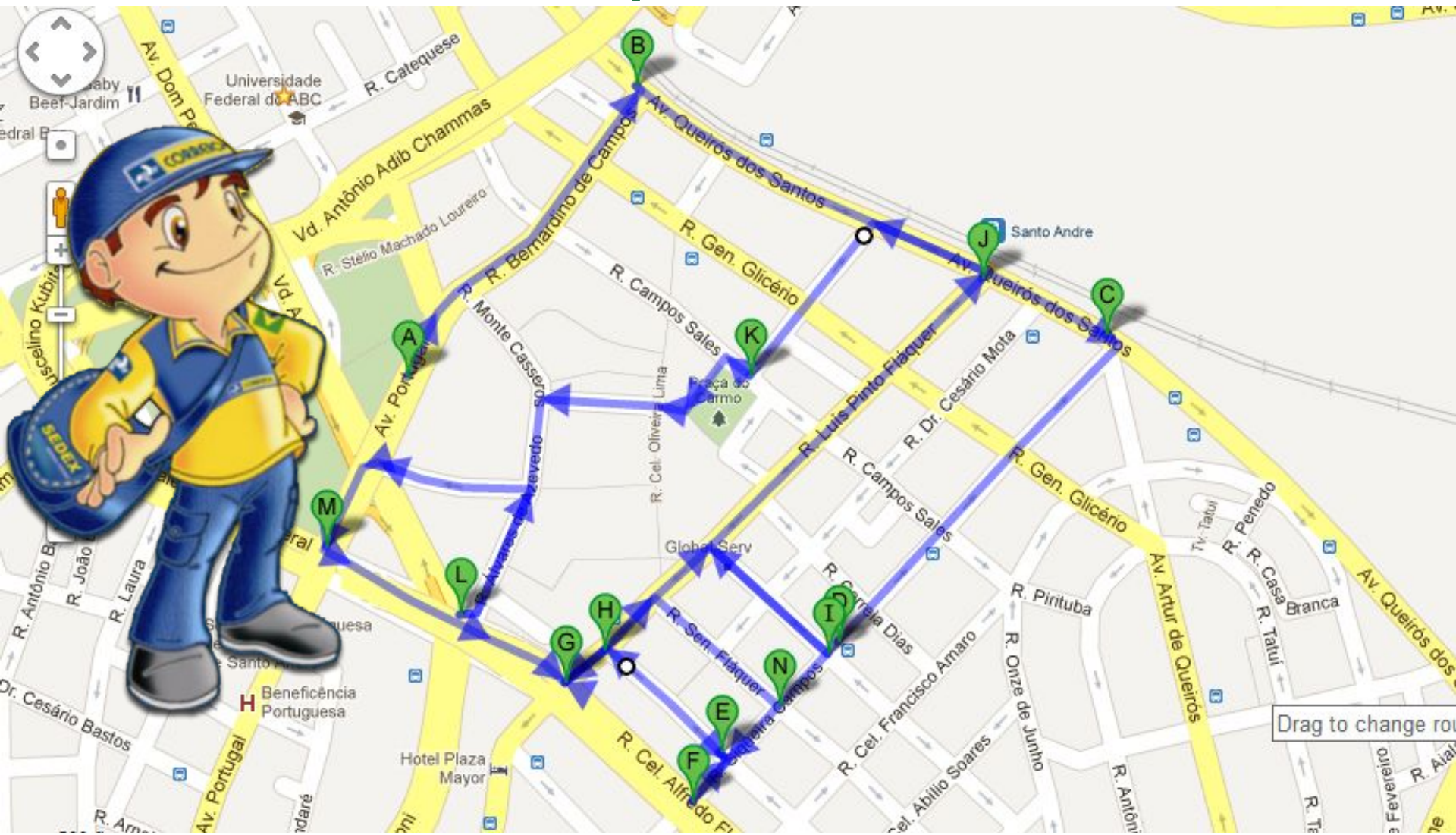


Ordem das cidades/países para o tour de uma banda internacional



Kiss euro tour: <http://www.kissinuk.com/bb/viewtopic.php?f=1&t=3458>

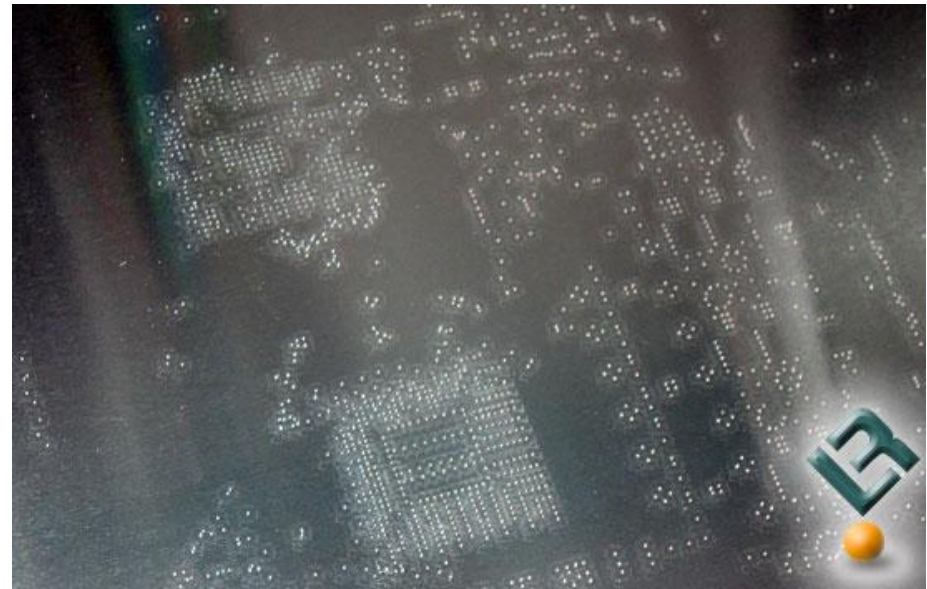
Rotas de entrega de correspondências



Perfurador industrial de placas de circuitos elétricos



Qual a sequência de furos que corresponde à um menor número de movimentos do perfurador?



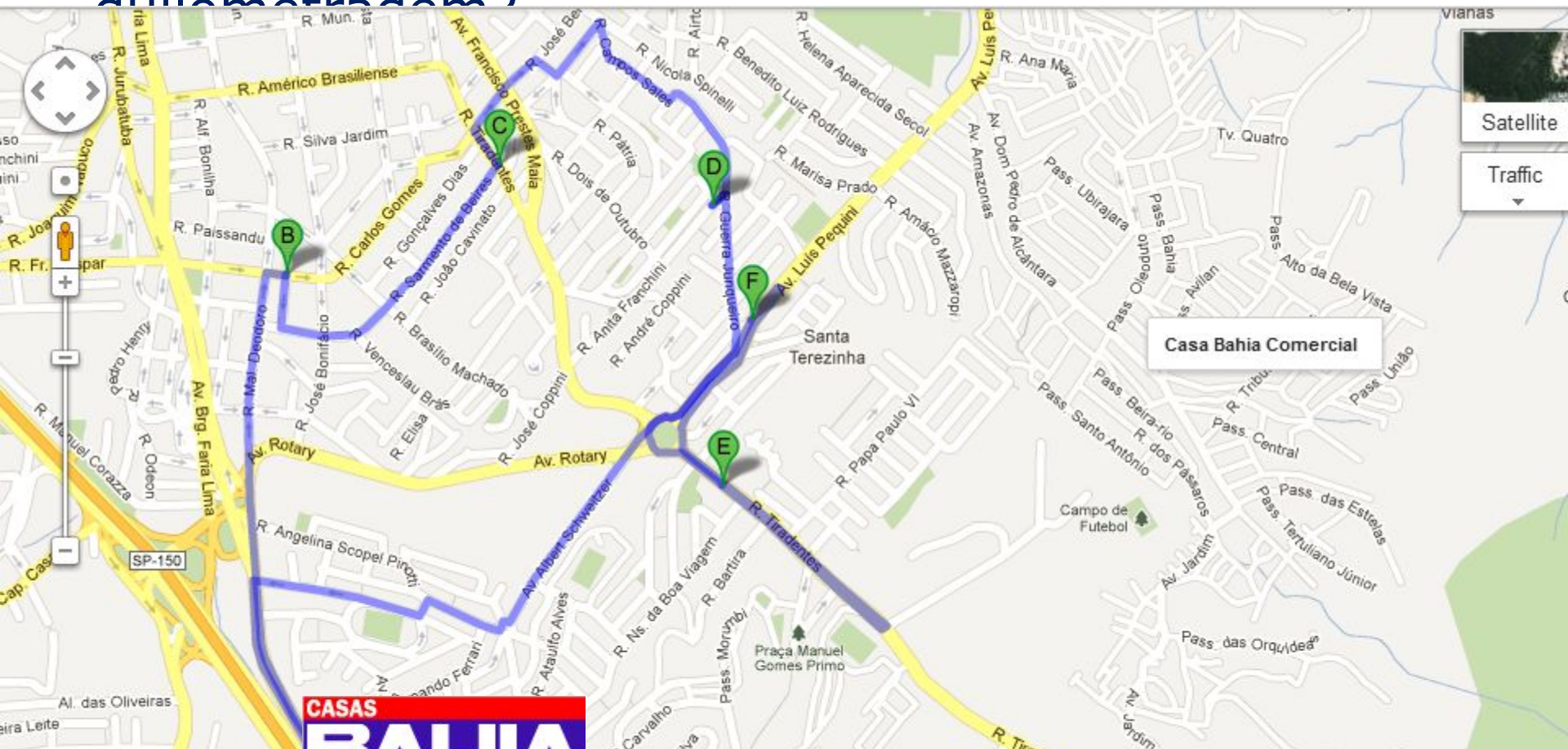
Rota de entregas

Uma empresa que realiza entregas na Grande São Paulo possui um centro de distribuição e um



Rota de entregas

Qual caminho o caminhão deve percorrer de modo a realizar todas as entregas com a menor quilometragem?



Modelar usando Redes

Uma maneira de resolver o problema é modelar sua formulação como uma rede ponderada.

Cada cruzamento é representada por um vértice e cada rua por uma aresta, com peso igual ao comprimento desta

Mas podemos também minimizar:

1. Tempo gasto na viagem (peso = fluxo)
2. Custo total da viagem (peso = pedágios + gasolina)



Rota de entregas

E se pudermos comprar mais de um caminhão?



Rota de entregas

- Quantos caminhões minimizam o custo?
 - Quais pontos cada caminhão deve cobrir?
 - Quais rotas cada caminhão deve fazer?
- Três problemões!!!



Solução Exata

Todos esses problemas pertencem a classe de problemas NP-Completo.

O tempo necessário para obter a solução exata cresce exponencialmente em função do tamanho da rede.



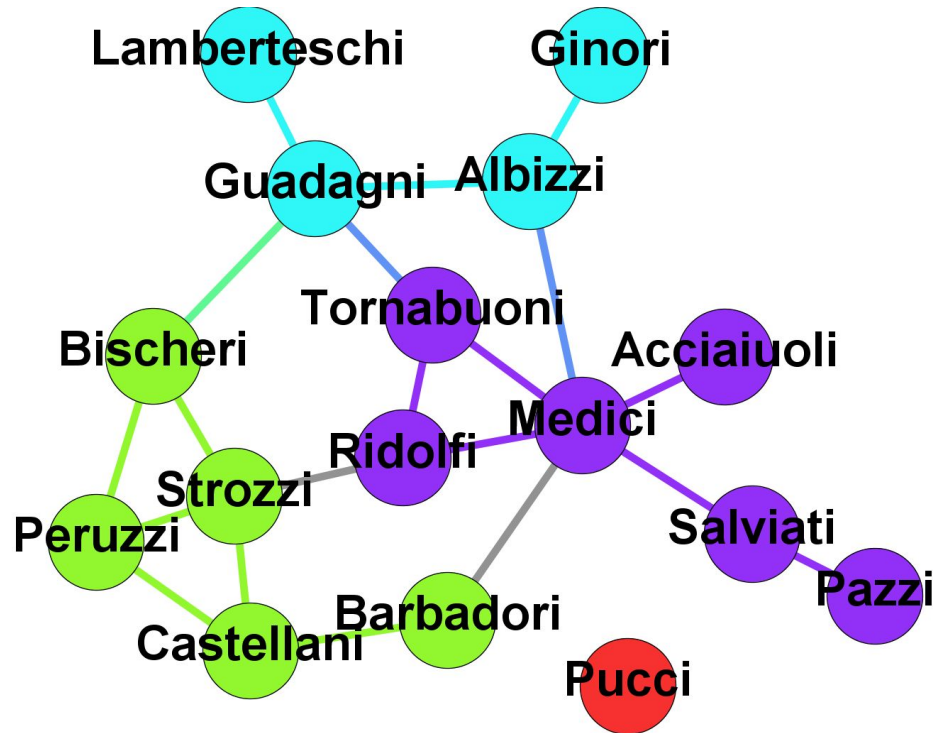
Solução Exata

Ex.: computador capaz de testar 1 milhão de rotas por seg.

Nós	Rotas possíveis	Tempo
5	24	~0
10	362.880	<1 seg.
15	87 bilhões	~24 horas
20	$1,2 \times 10^{17}$	> 92 mil anos
25	$6,2 \times 10^{23}$	~ $4,7 \times 10^{11}$ anos
30	$8,8 \times 10^{30}$	~ $6,7 \times 10^{18}$ anos
35	$2,95 \times 10^{38}$	~ $2,2 \times 10^{26}$ anos



Conectividade da Rede



Em algumas redes nem todos os nós estão conectados. Pode existir um grupo de nós que não são acessíveis.



Conectividade da Rede

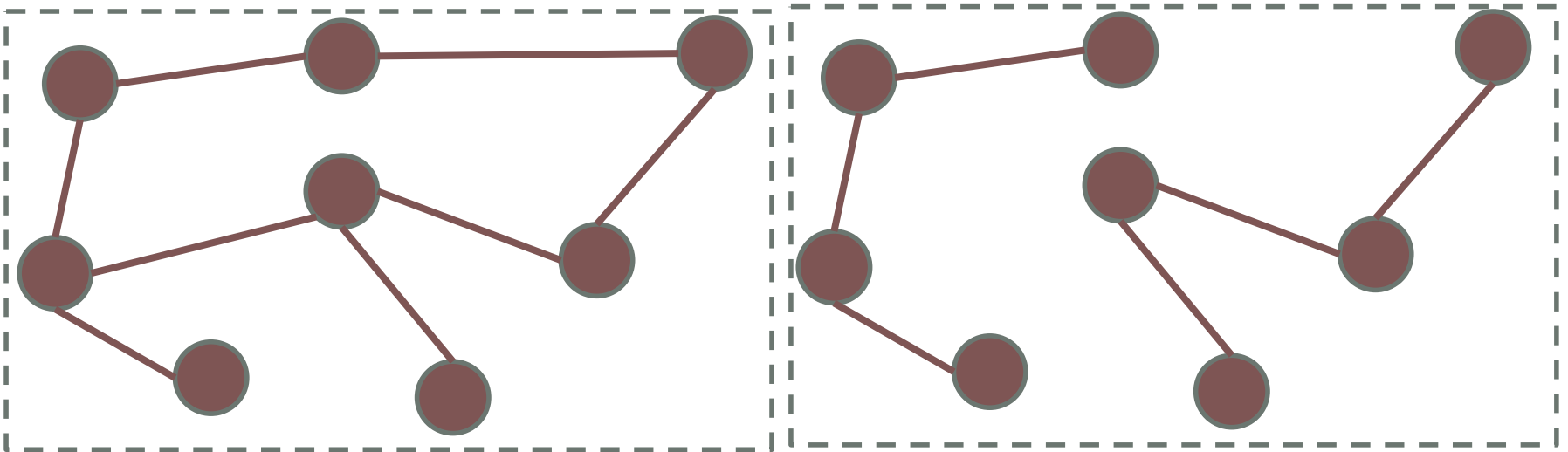
Isso ocorre quando:

- ❑ Fazemos uma aquisição incompleta dos dados da rede;
- ❑ Ocorrem falhas pontuais em certos nós;
- ❑ A rede ainda está em formação.



Conexão

Uma rede é dita conexa ou **CONECTADA** se existe pelo menos um caminho conectando quaisquer dois nós, caso contrário ela é dita **DESCONEXA** ou **DESCONECTADA**.



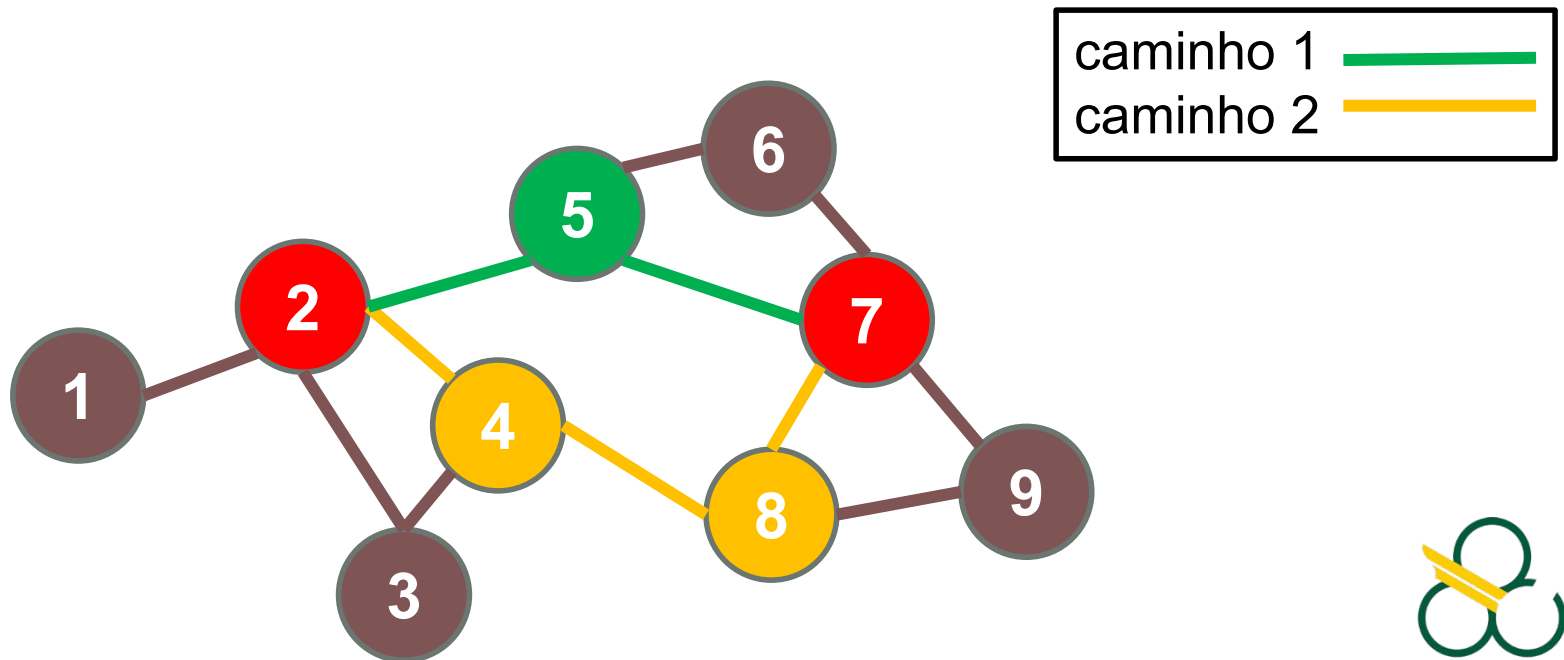
REDE CONECTADA

REDE DESCONECTADA



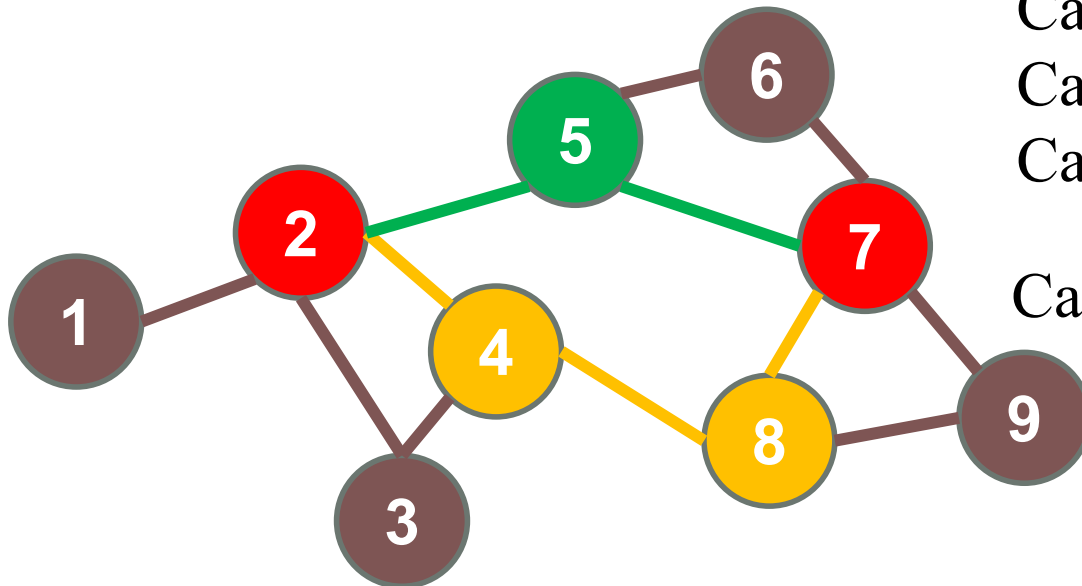
Caminhos

Frequentemente é possível utilizar mais de um **caminho** para transmitir uma informação entre dois nós.



Caminhos

Caminho em uma rede G é a sequência de nós v_1, v_2, \dots, v_k tal que dois vértices consecutivos v_i e v_{i+1} sejam adjacentes



Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

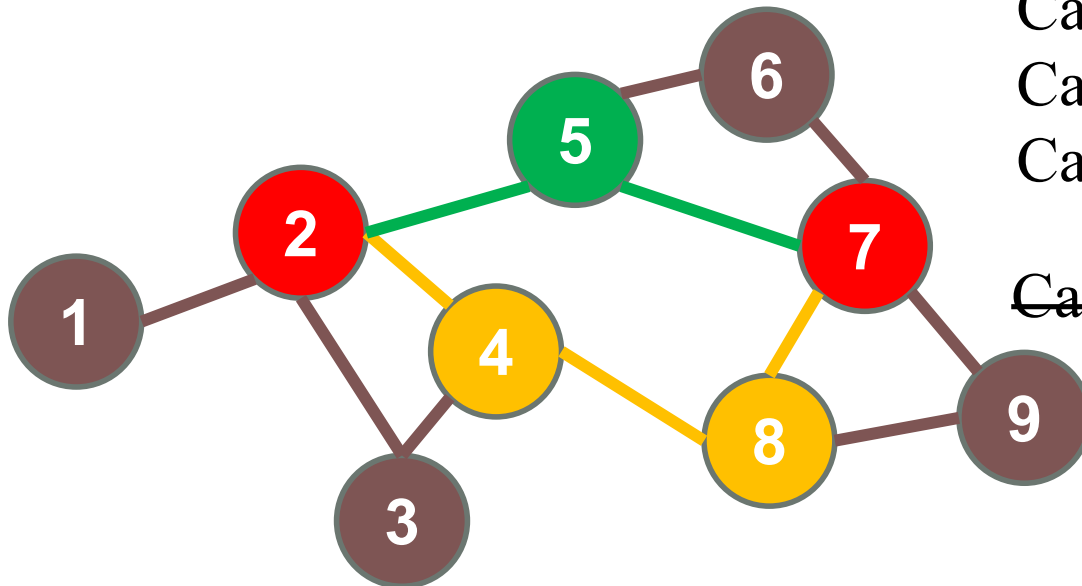
Caminho 3: 2,1,2,5,7

Caminho 4: 2,4,7



Caminhos

Caminho em uma rede G é a sequência de nós v_1, v_2, \dots, v_k tal que dois vértices consecutivos v_i e v_{i+1} sejam adjacentes



Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

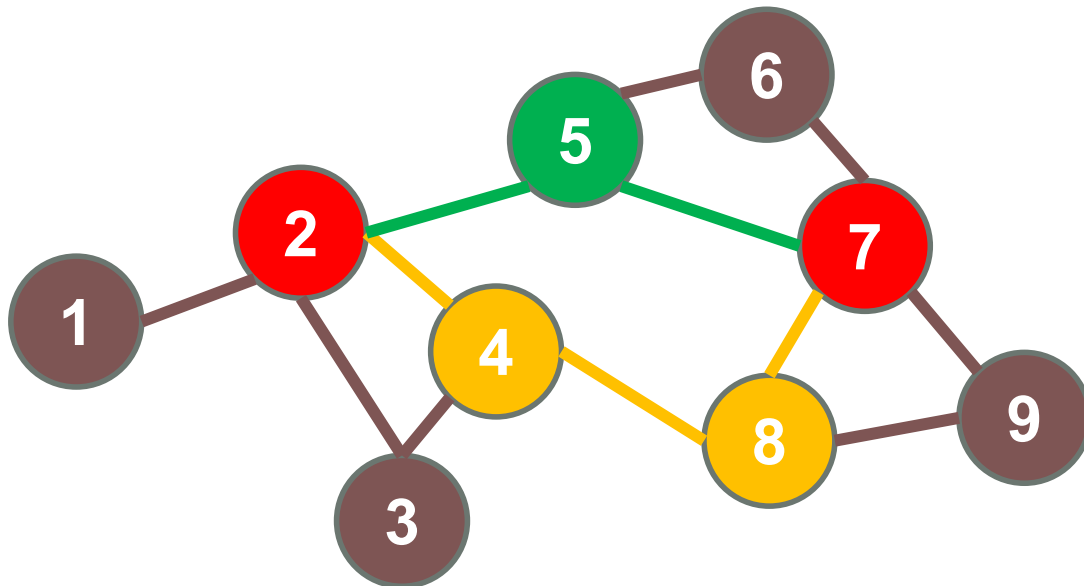
Caminho 3: 2,1,2,5,7

~~Caminho 4: 2,4,7~~



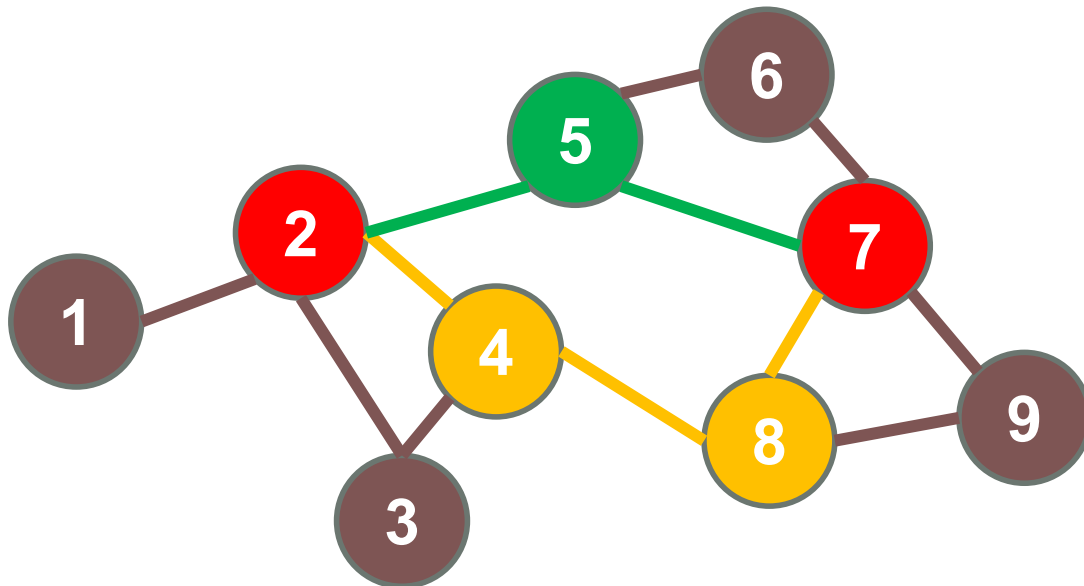
Caminhos

A existência de múltiplos caminhos faz com que exista a necessidade em encontrarmos os melhores caminhos para transmitir a informação!



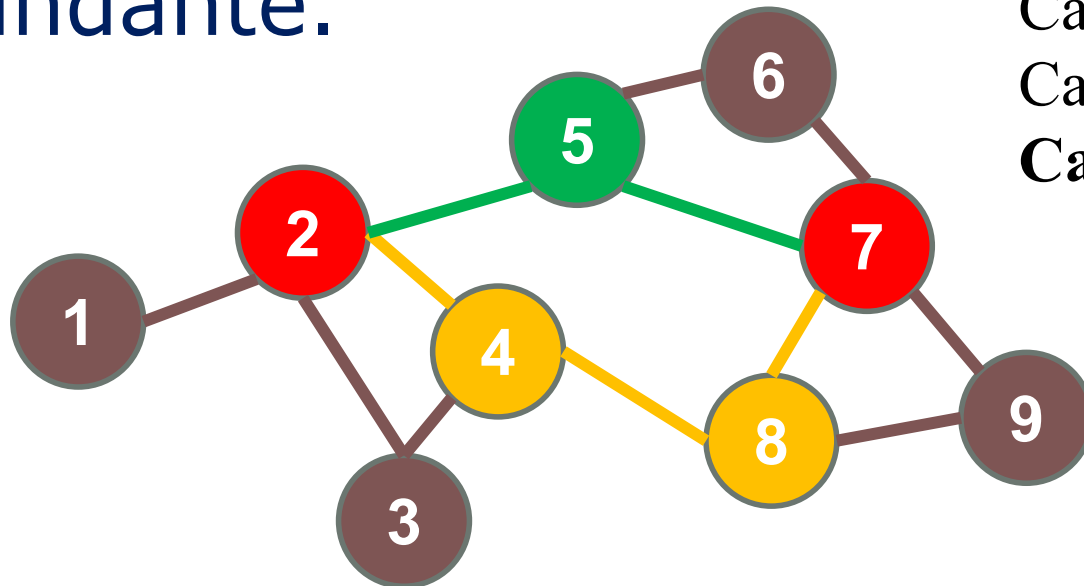
Caminhos

Se estou levando um produto de um ponto à outro, quero passar pelo menor número de nós.



Caminhos

O primeiro fato a ser observado é que caminhos que tem repetição de nós não podem ser os melhores, pois alonga o caminho de forma redundante.



Caminho 1: 2,4,8,7

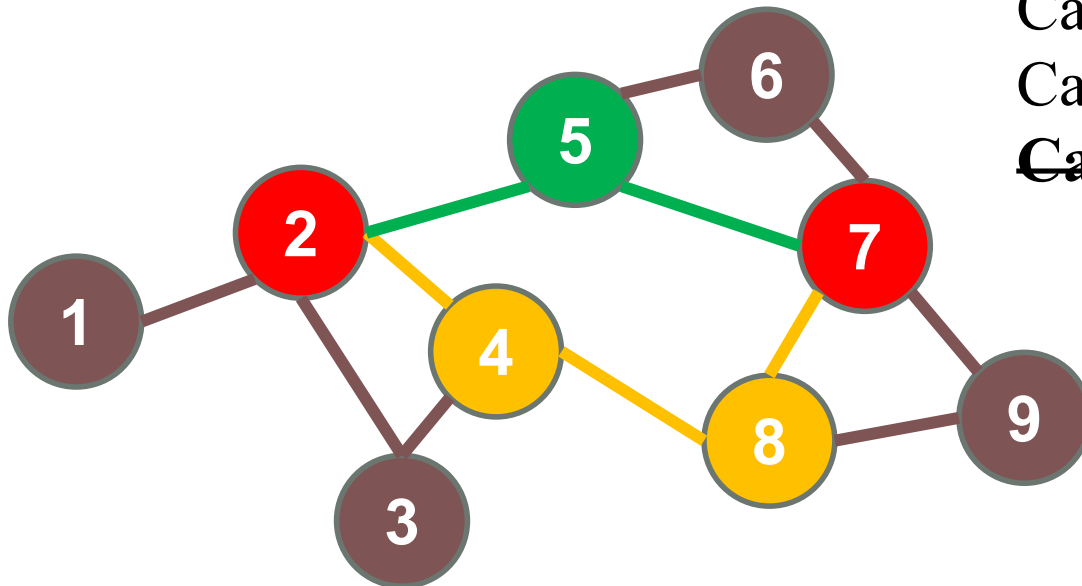
Caminho 2: 2,5,7

Caminho 3: 2,1,2,5,7



Caminhos

Caminhos sem repetições de nós são denominados **CAMINHOS SIMPLES**



Caminho 1: 2,4,8,7

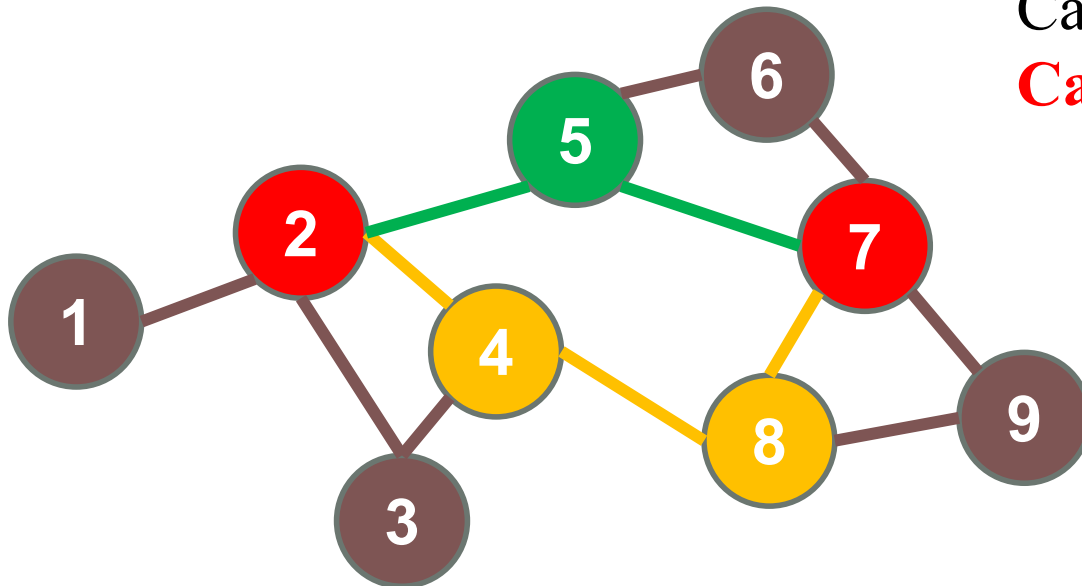
Caminho 2: 2,5,7

~~Caminho 3: 2,1,2,5,7~~



Caminhos

Levando em conta apenas o número de nós em um caminho, o caminho 2 é o melhor!



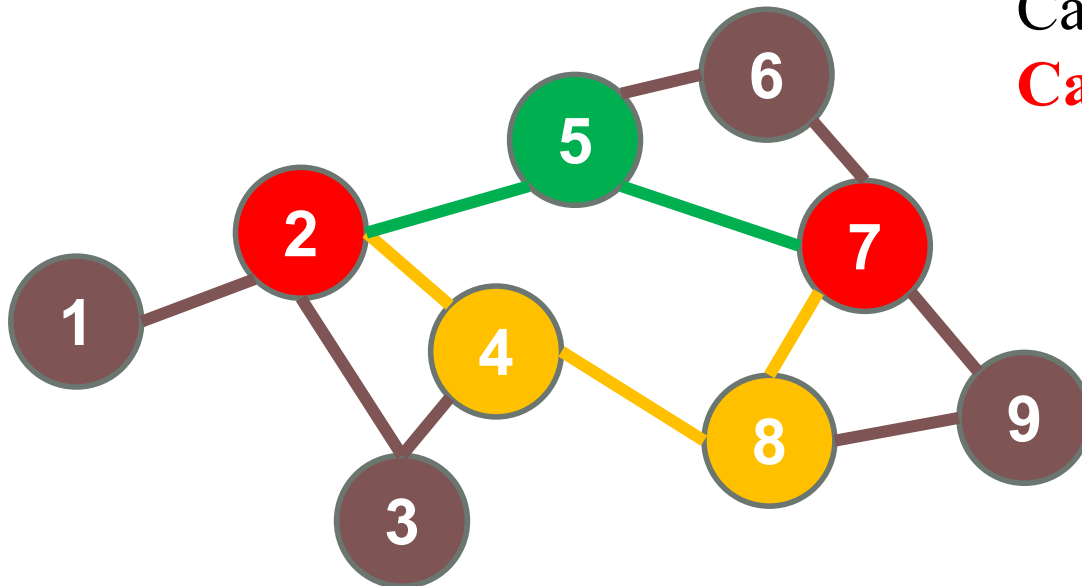
Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7



Caminhos

A distância menor caminho entre dois nós é chamado de **geodésica**.



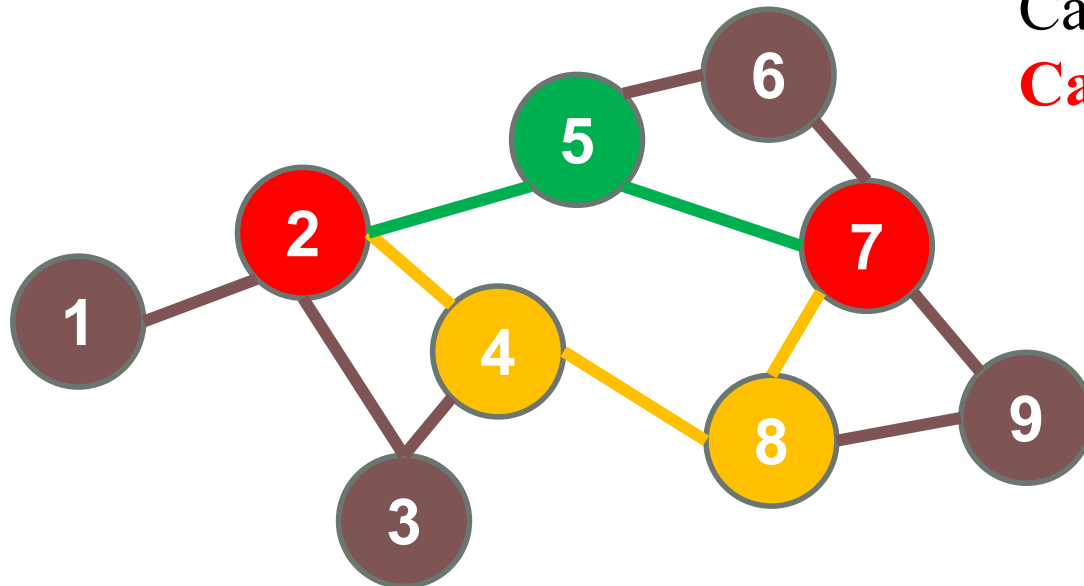
Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7



Caminhos

Mas em certas Redes cada aresta tem um valor numérico que representa o custo da transmissão de informação.



Caminho 1: 2,4,8,7

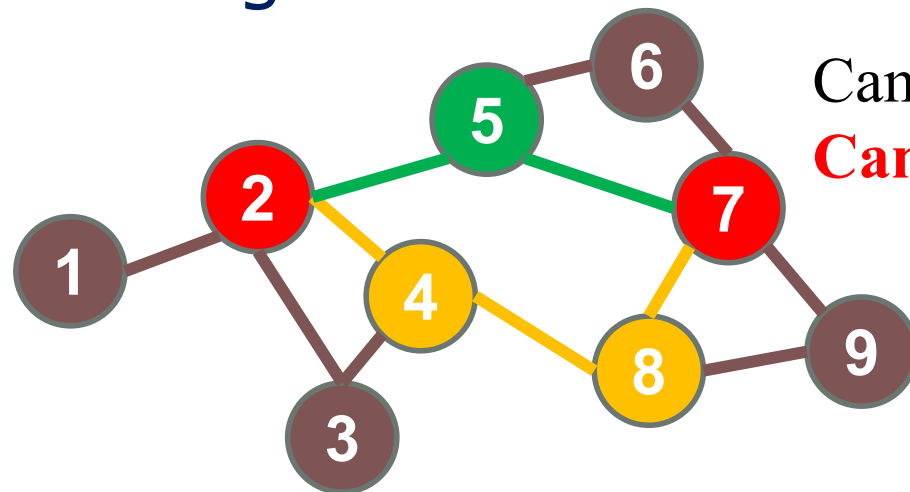
Caminho 2: 2,5,7



Caminhos

Esse custo pode ser:

- ❑ capacidade de receber o sinal de uma torre de transmissão (ex.: distância entre elas)
- ❑ combustível gasto para percorrer tal aresta
- ❑ energia gasta para consumir a presa menos o ganho de energia ao comê-la



Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7



Caminhos

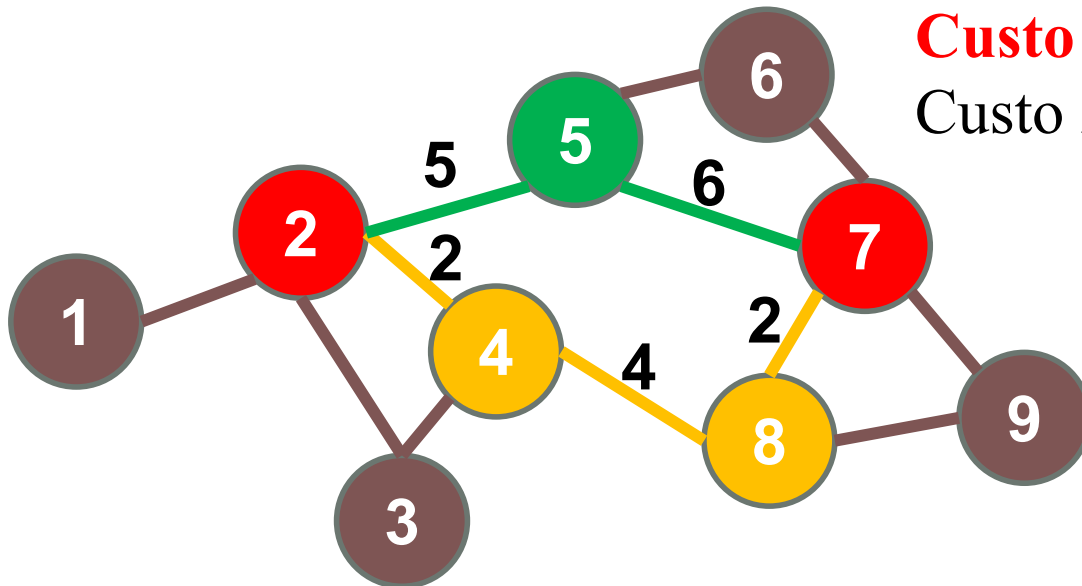
Se somarmos os custos para cada caminho, percebemos que agora o caminho 1 é o melhor!

Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

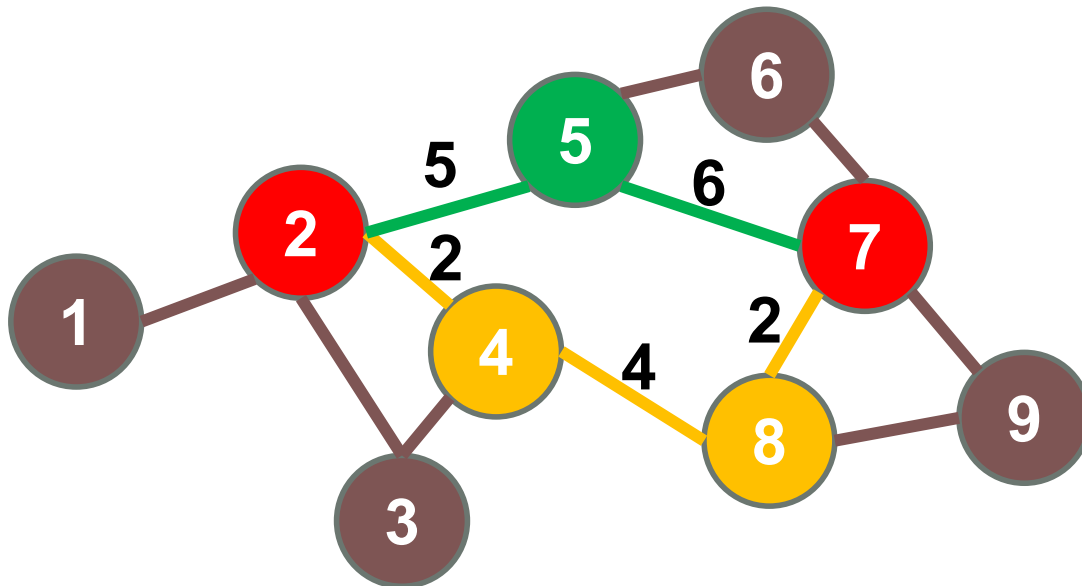
Custo 1: $2+4+2 = 8$

Custo 2: $5+6 = 11$



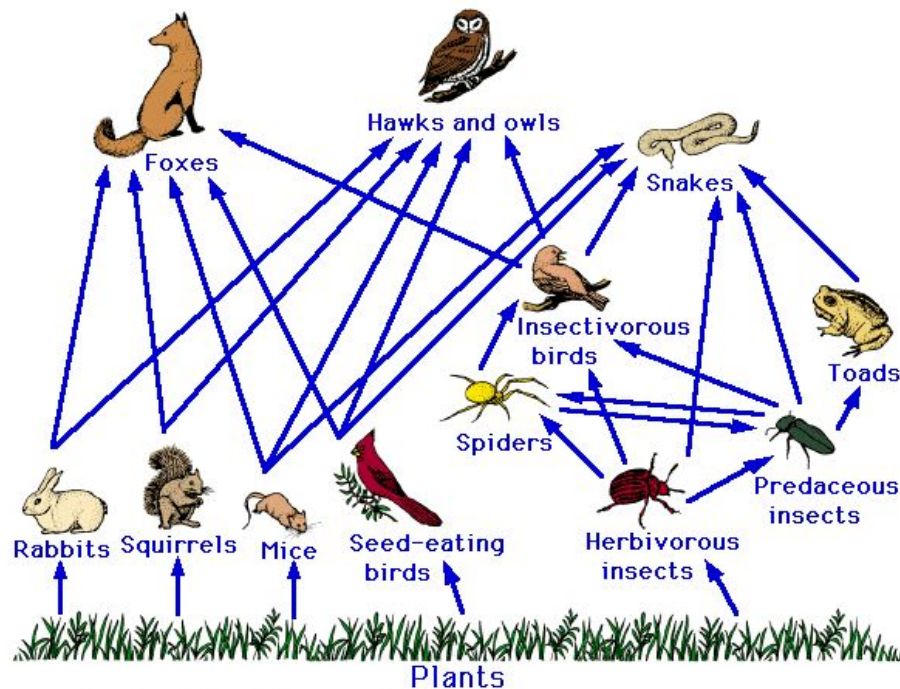
Caminhos

As redes com arestas que apresentam custo são denominadas **REDES PONDERADAS**.



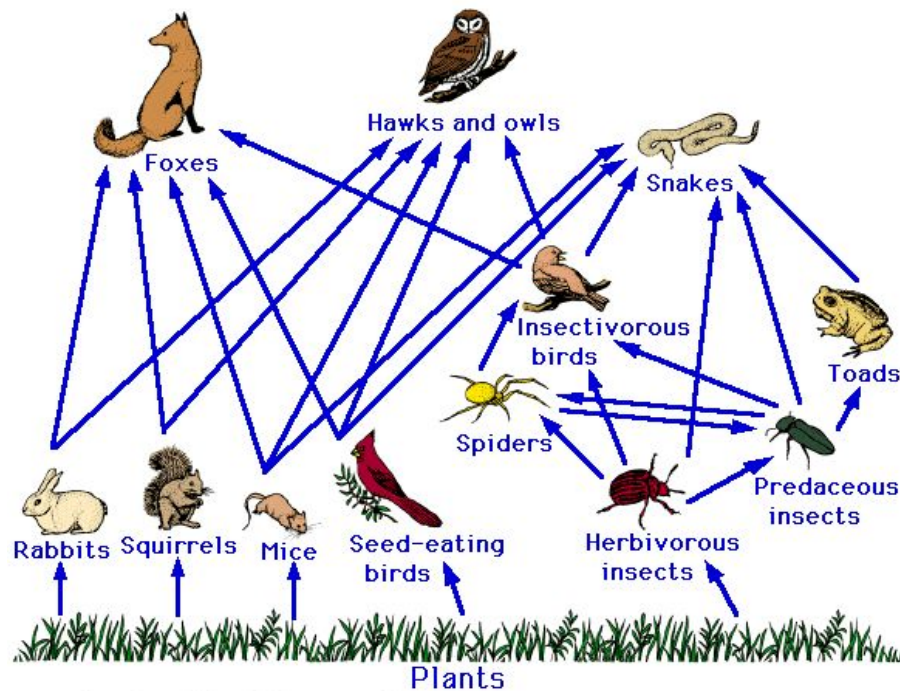
Caminhos

Se temos uma rede de cadeia alimentar percebemos outra característica que uma rede pode ter!



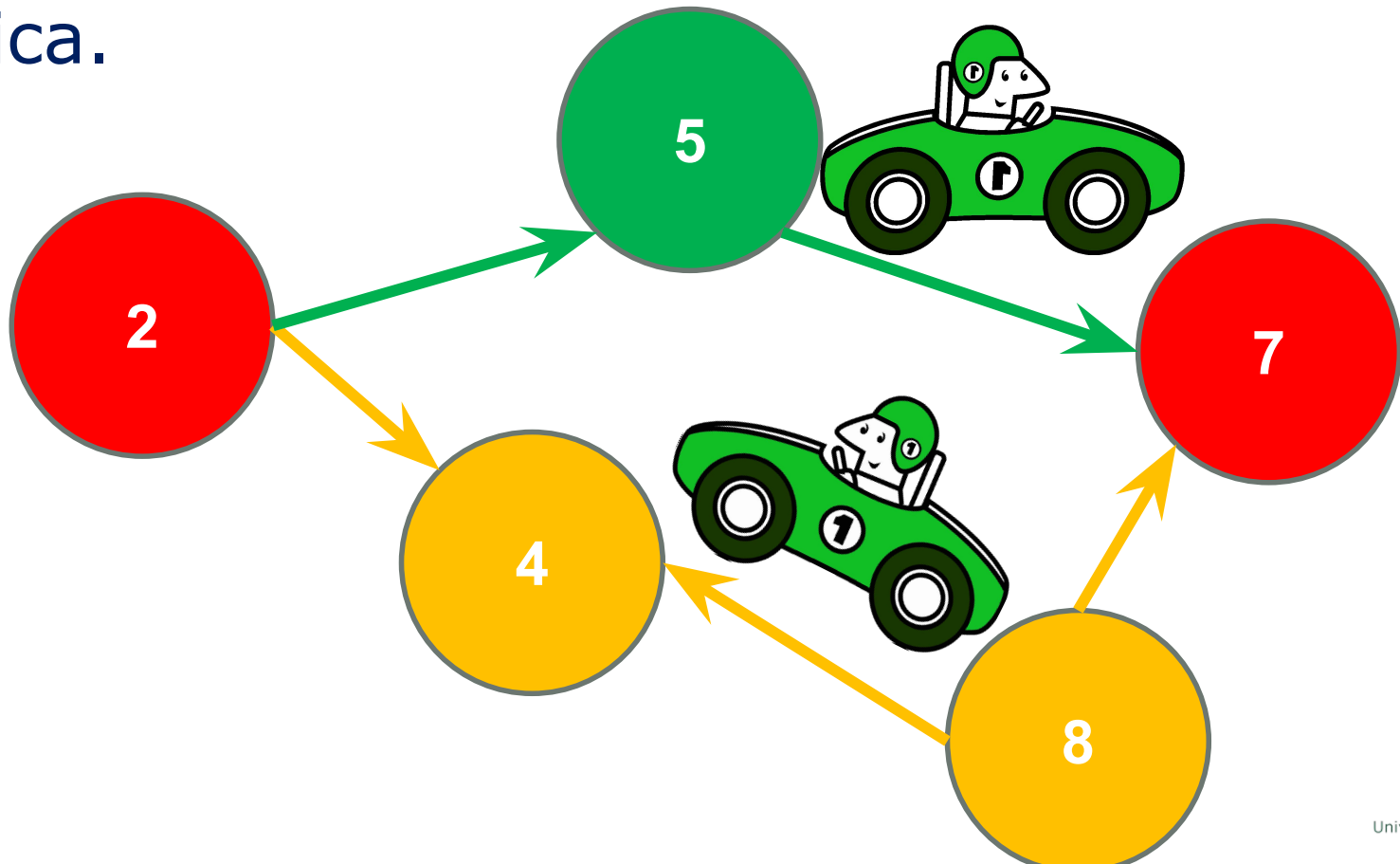
Caminhos

Em algumas arestas a informação só poderá seguir em determinada direção: a presa transfere energia para o predador, mas o contrário não ocorre!



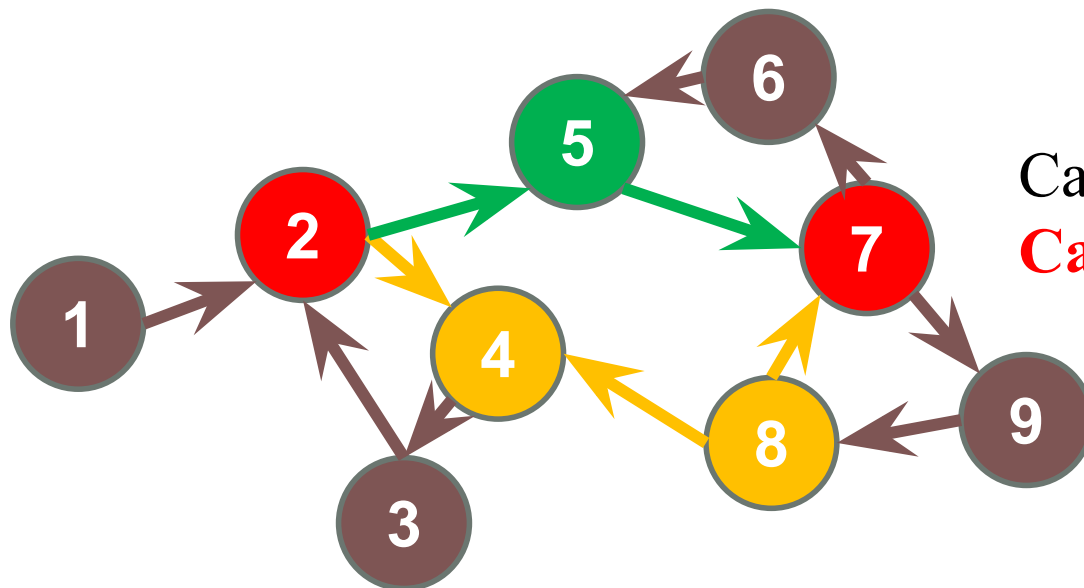
Caminhos

Carros podem seguir em apenas um direção em redes rodoviárias que tem pistas de mão única.



Caminhos

Essas redes são denominadas **REDES DIRECIONADAS** e as arestas são representadas através de setas indicando a direção.



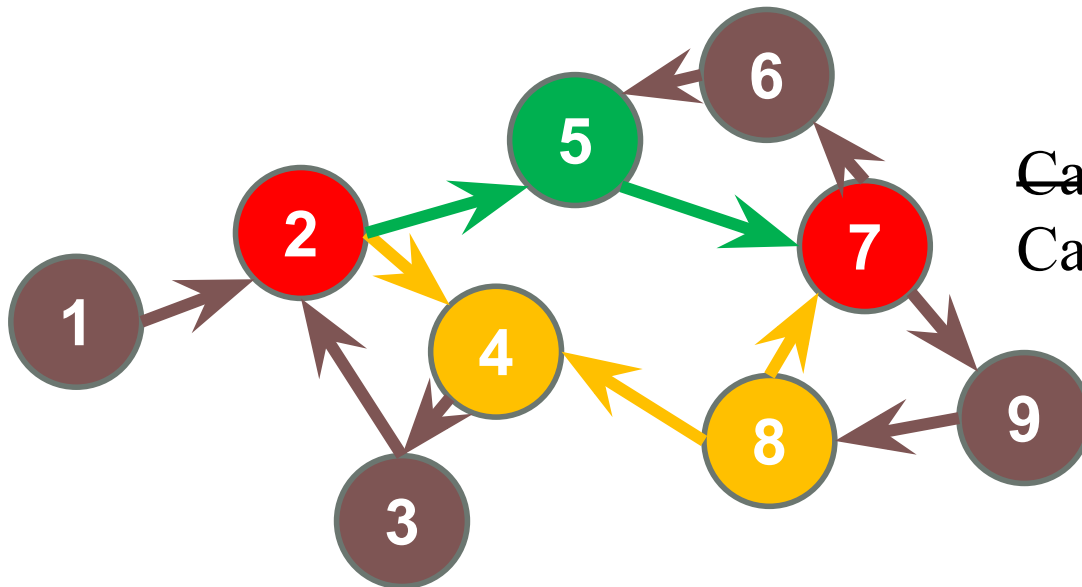
Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7



Caminhos

Note que com as arestas direcionadas o caminho 2 se torna impraticável.



~~Caminho 1: 2,4,8,7~~

Caminho 2: 2,5,7



Como representar uma rede?

Redes complexas reais geralmente contêm muitos nós e arestas sendo impossível visualiza-la por completo.

Para trabalhar com essas redes é necessário utilizarmos recursos computacionais.

Com isso vem a necessidade de adotarmos uma forma de representar a rede numericamente para a leitura e processamento da mesma.



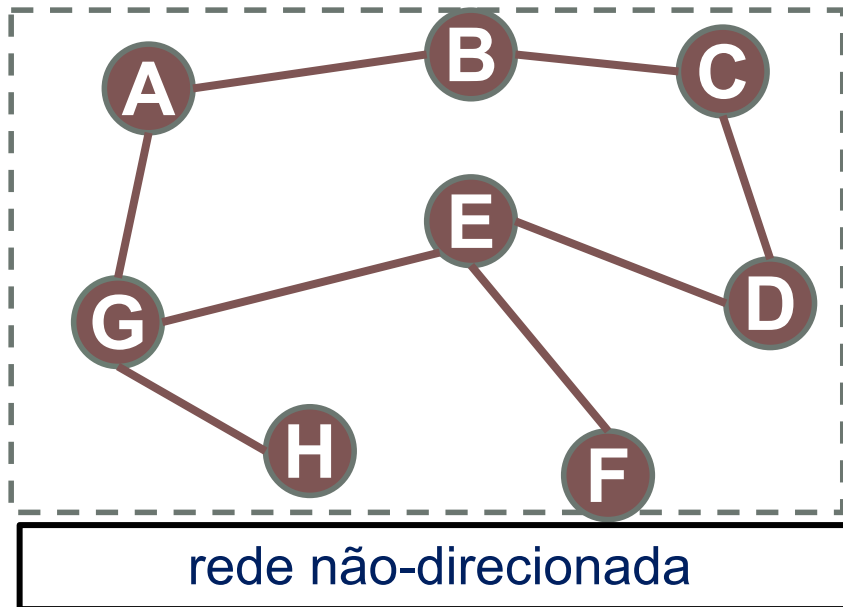
Rede como matriz

Uma forma de representar as redes é em forma matricial. A matriz **A**, chamada de matriz de adjacência, de dimensão $|V| \times |V|$ tem um valor igual à **1** no elemento a_{ij} se existe uma aresta ligando o nó i ao nó j , e **0** caso contrário.

* $|V|$ = número de nós



Representação: Matriz de Adjacência

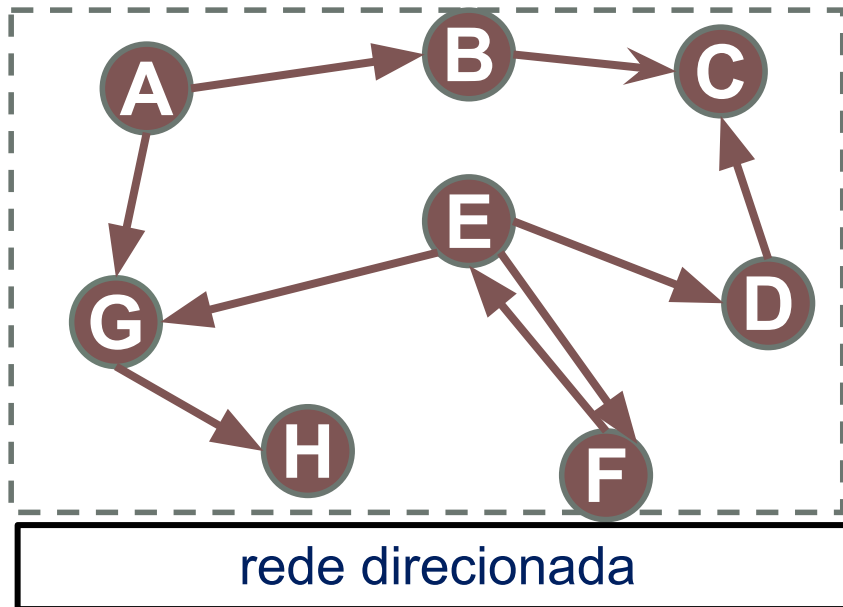


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Somando os valores de cada linha temos o grau do nó correspondente!



Representação: Matriz de Adjacência



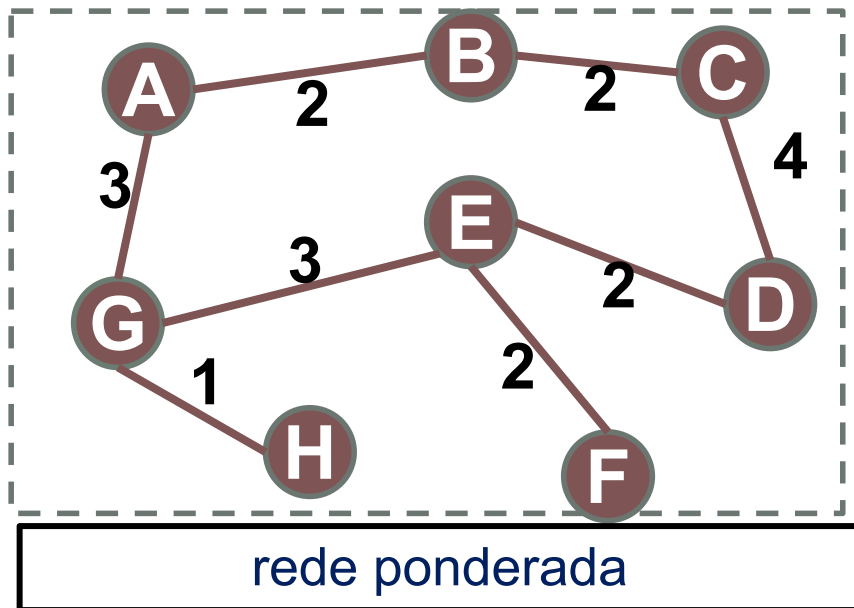
	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	0	0

Somando os valores de cada coluna temos o grau de entrada!

Somando os valores de cada linha temos o grau de saída!



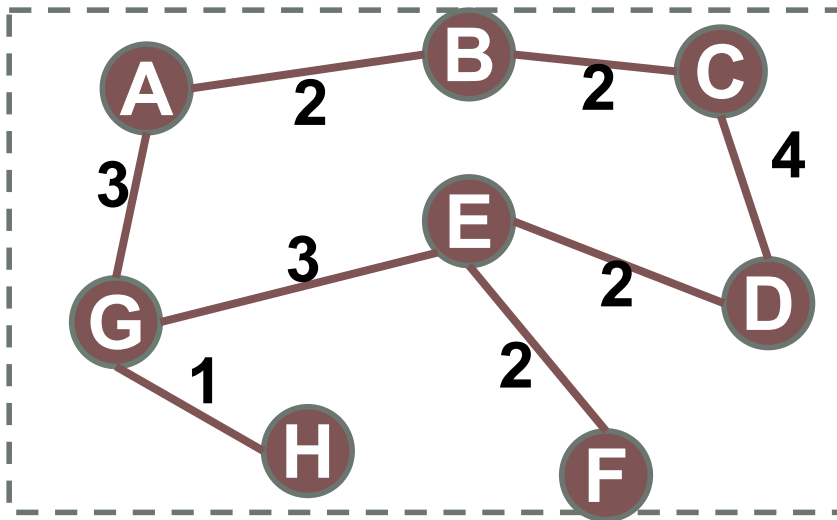
Representação: Matriz de Adjacência



	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	2	0	0	0	0	3	0
B	2	0	2	0	0	0	0	0
C	0	2	0	4	0	0	0	0
D	0	0	4	0	2	0	0	0
E	0	0	0	2	0	2	3	0
F	0	0	0	0	2	0	0	0
G	3	0	0	0	3	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Em algumas redes, as arestas podem ter um valor de importância associado a ela.

Representação: Matriz de Adjacência

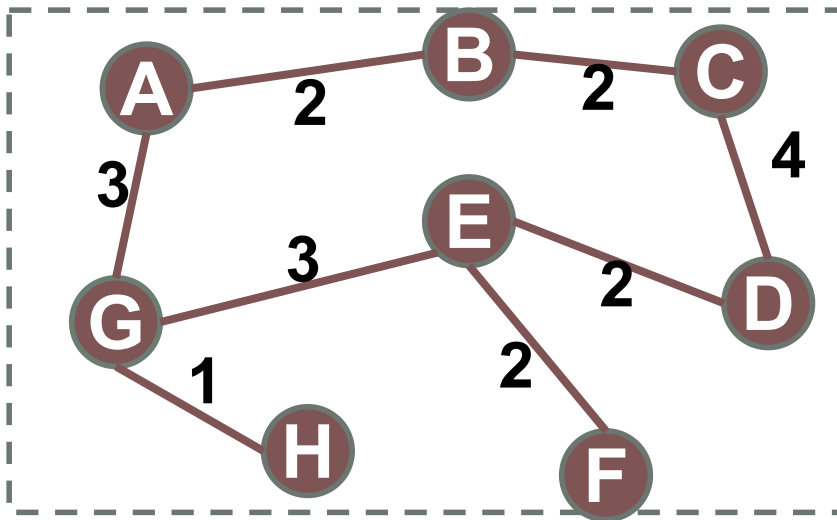


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	2	0	0	0	0	3	0
B	2	0	2	0	0	0	0	0
C	0	2	0	4	0	0	0	0
D	0	0	4	0	2	0	0	0
E	0	0	0	2	0	2	3	0
F	0	0	0	0	2	0	0	0
G	3	0	0	0	3	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Ex.:

- o custo em atravessar certo trecho de rodovia;
- o grau de amizade entre duas pessoas;
- a energia transferida de um animal ao outro.

Representação: Matriz de Adjacência



	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	2	0	0	0	0	3	0
B	2	0	2	0	0	0	0	0
C	0	2	0	4	0	0	0	0
D	0	0	4	0	2	0	0	0
E	0	0	0	2	0	2	3	0
F	0	0	0	0	2	0	0	0
G	3	0	0	0	3	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Essas redes são chamadas de **REDES PONDERADAS** e podem ser representadas matricialmente com os valores dos pesos na matriz de adjacência.



Rede como lista de arestas

Alguns programas de análise de redes utiliza a representação de lista de arestas para o processamento

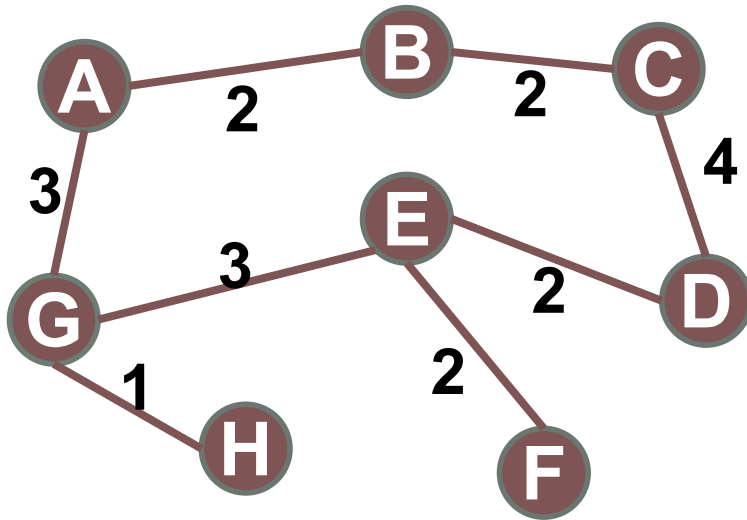
Essa lista geralmente pode conter atributos para os nós e para as arestas.

Em redes sociais dos atributos podem ser:

- Pessoas (nós): idade, sexo, nacionalidade, renda, escolaridade
- Relacionamento (arestas): tipo de relação, grau da relação, tempo da relação



Representação: lista de arestas



Nó nome idade

A andré 21

B bernardo 23

C camila 22

D diego 45

E edison 73

F fernando 73

G guilherme 60

H henrique 55

Nó1 Nó2 Peso Relação

A B 2 amigo

A G 3 primo

B C 2 namorado

C D 4 pai

D E 2 tio

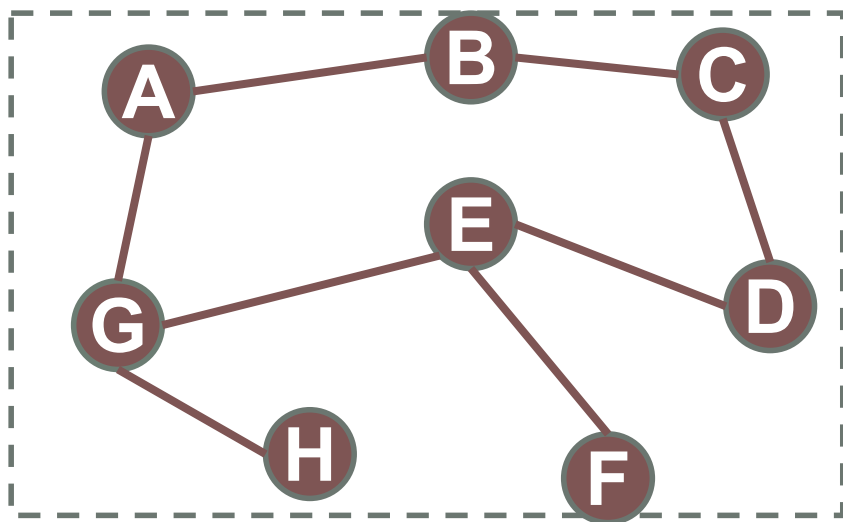
E F 2 amigo

E G 3 amigo

G H 1 conhecido



Potências da Matriz de Adj.

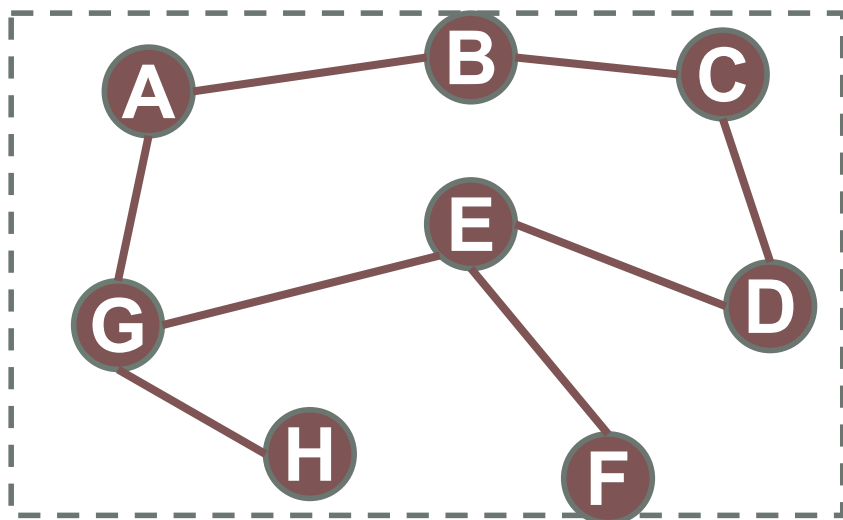


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Ao realizar a operação Adj^2 , obtemos um resultado interessante.



Potências da Matriz de Adj.

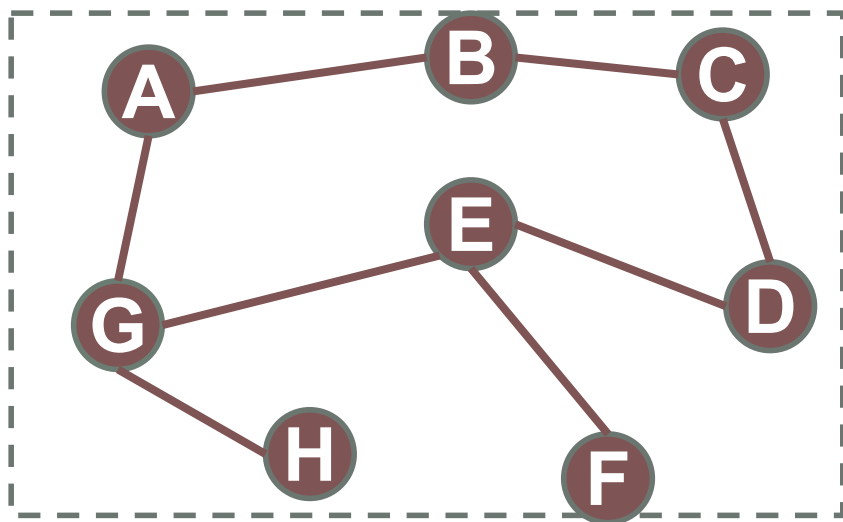


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	2	0	1	0	1	0	0	1
B	0	2	0	1	0	0	1	0
C	1	0	2	0	1	0	0	0
D	0	1	0	2	0	1	1	0
E	1	0	1	0	3	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1	1	0
G	0	1	0	1	0	1	3	0
H	1	0	0	0	1	0	0	1

Ao realizar a operação Adj^2 , obtemos um resultado interessante.



Potências da Matriz de Adj.

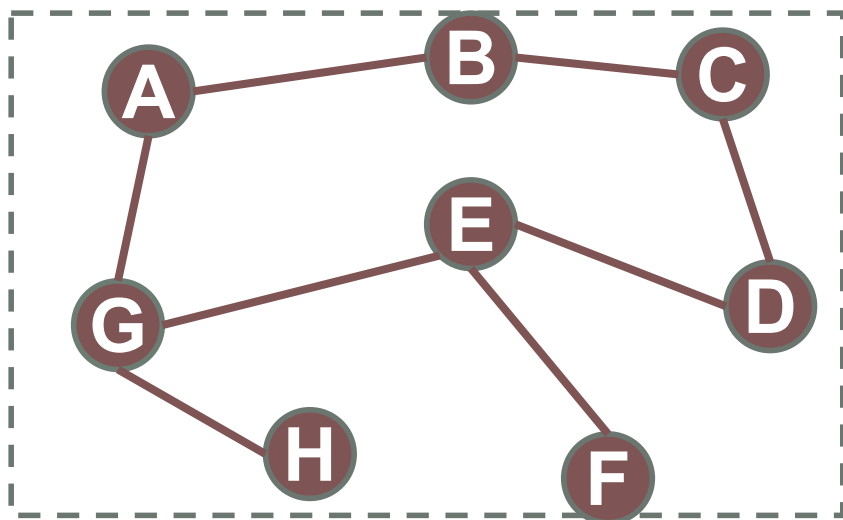


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	2	0	1	0	1	0	0	1
B	0	2	0	1	0	0	1	0
C	1	0	2	0	1	0	0	0
D	0	1	0	2	0	1	1	0
E	1	0	1	0	3	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1	1	0
G	0	1	0	1	0	1	3	0
H	1	0	0	0	1	0	0	1

Obviamente, Adj nos indica a existência de um caminho entre dois nós de tamanho 1.



Potências da Matriz de Adj.

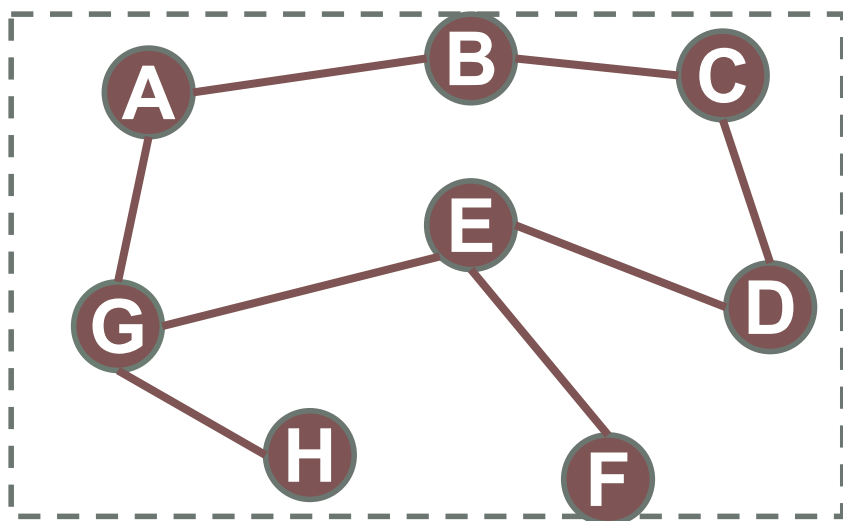


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	2	0	1	0	1	0	0	1
B	0	2	0	1	0	0	1	0
C	1	0	2	0	1	0	0	0
D	0	1	0	2	0	1	1	0
E	1	0	1	0	3	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1	1	0
G	0	1	0	1	0	1	3	0
H	1	0	0	0	1	0	0	1

Adj^2 , nos fala quantos caminhos existem entre dois nós, com tamanho 2.



Potências da Matriz de Adj.

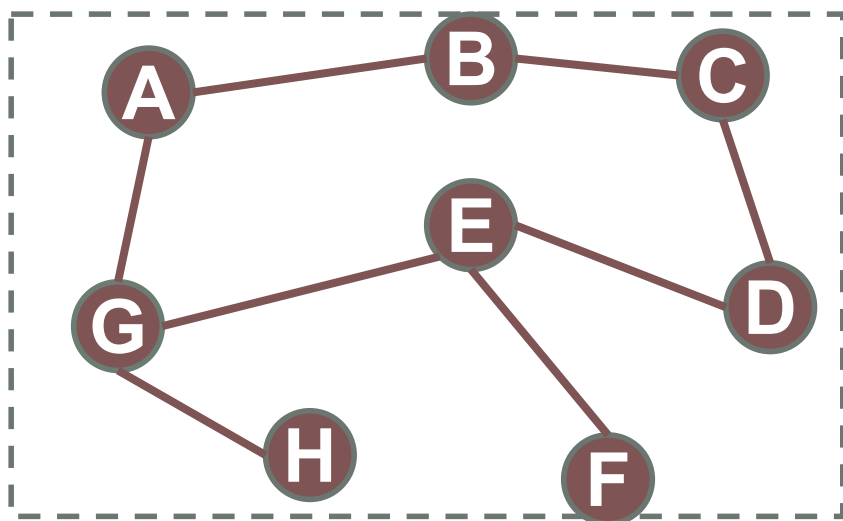


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	2	0	1	0	1	0	0	1
B	0	2	0	1	0	0	1	0
C	1	0	2	0	1	0	0	0
D	0	1	0	2	0	1	1	0
E	1	0	1	0	3	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1	1	0
G	0	1	0	1	0	1	3	0
H	1	0	0	0	1	0	0	1

Por exemplo, o caminho A-C vai obter o valor 1 pois A-B e C-B tem valores 1.



Potências da Matriz de Adj.



	A	B	C	D	E	F	G	H
A	2	0	1	0	1	0	0	1
B	0	2	0	1	0	0	1	0
C	1	0	2	0	1	0	0	0
D	0	1	0	2	0	1	1	0
E	1	0	1	0	3	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1	1	0
G	0	1	0	1	0	1	3	0
H	1	0	0	0	1	0	0	1

Conseqüentemente, Adj^n , nos indica quantos caminhos existem entre dois nós com tamanho n .





Universidade Federal do ABC

PROJETO: PARTE I

Projeto

Grupos de 6 pessoas!

Criem uma proposta de projeto de pesquisa relacionado a ciência das redes. O tamanho máximo da proposta é de 01 página e ela deve conter:

- Objetivo: o que pretendo descobrir
- Nós e arestas: quem são os nós e quem são as arestas de sua rede
- Coleta de dados: como pretendem coletar os dados.



Projeto

A entrega será feita pessoalmente por um membro do grupo na sala 522-2, bloco A para a Cássia (assistente docente).

Esse tema será avaliado em função da:

- viabilidade
- complexidade

Após o tema ser aprovado, o grupo receberá instruções iniciais sobre a coleta de dados.

No site do curso está disponibilizado projetos da





Universidade Federal do ABC

RESUMO

Resumo

O estudo das Redes ou Grafos teve início possivelmente por volta de 1735 com a solução de um problema, proposta por Euler.

Atualmente o estudo de redes tem se mostrado importante em diversas áreas diferentes: computação, sociologia, biologia, engenharias, química,...



Resumo

Os componentes da rede são os **nós** e as **arestas**.

O **grau** de um nó é a quantidade de conexões que ele faz com outros nós.

Em redes direcionadas, temos os conceitos de grau de **entrada** e **saída** que medem a quantidade de ligações chegando e saindo do nó, respectivamente



Resumo

Em muitos problemas é necessário conhecer o melhor caminho entre dois nós em uma rede.

Dependendo do problema, pode existir algumas restrições como direção das arestas e peso, que mede o custo em percorrer tal aresta.



Resumo

Uma forma algébrica de representar a rede é através da Matriz de Adjacência.

Ela permite determinar rapidamente algumas propriedades da rede através de simples operações de matriz.

Mais adiante veremos outras propriedades dela.

